

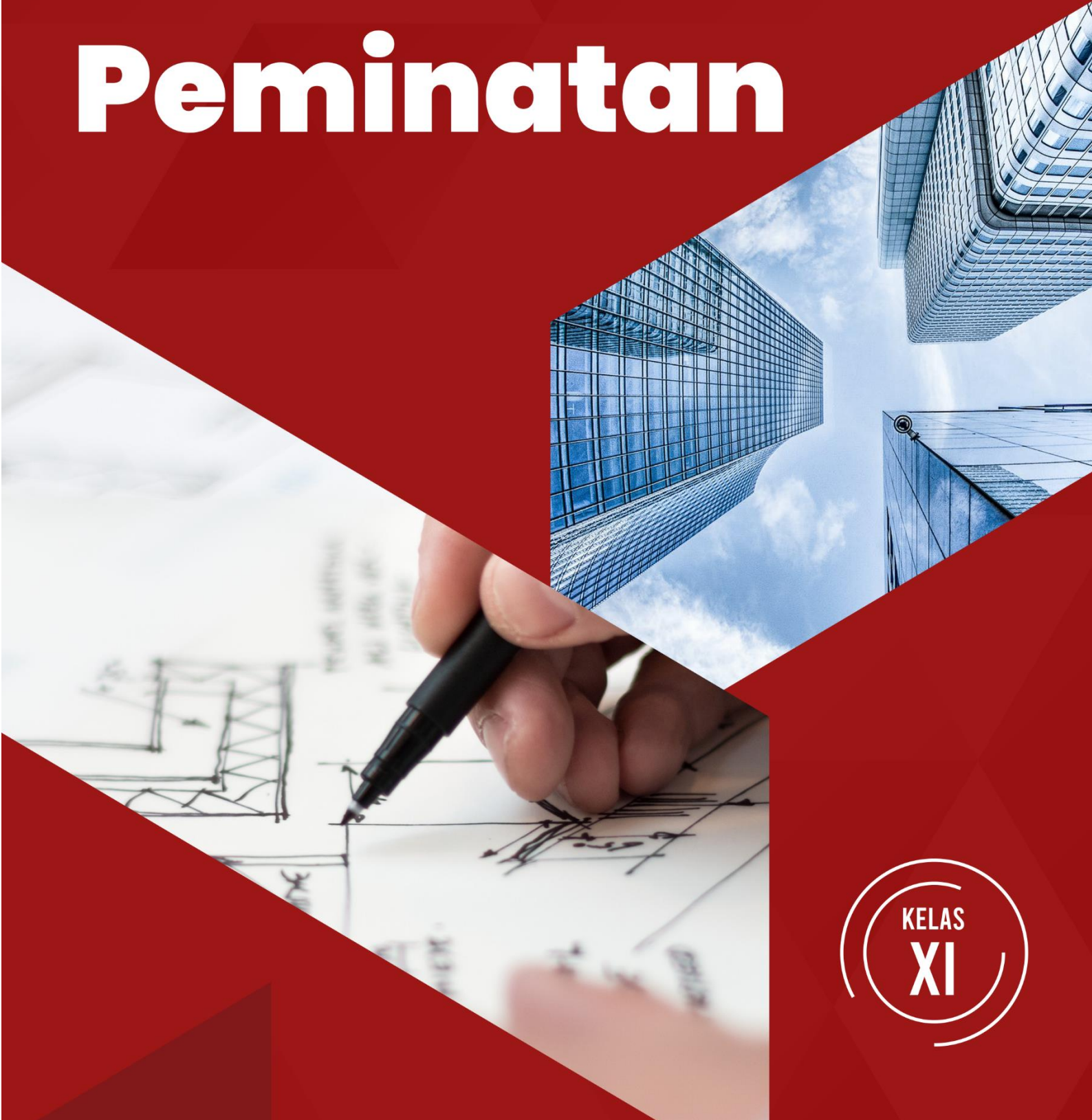


KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020



Modul Pembelajaran SMA

Matematika Peminatan



KELAS
XI



POLINOMIAL (SUKU BANYAK)
MATEMATIKA PEMINATAN KELAS XI

PENYUSUN
Istiqomah, S.Pd
SMAN 5 Mataram

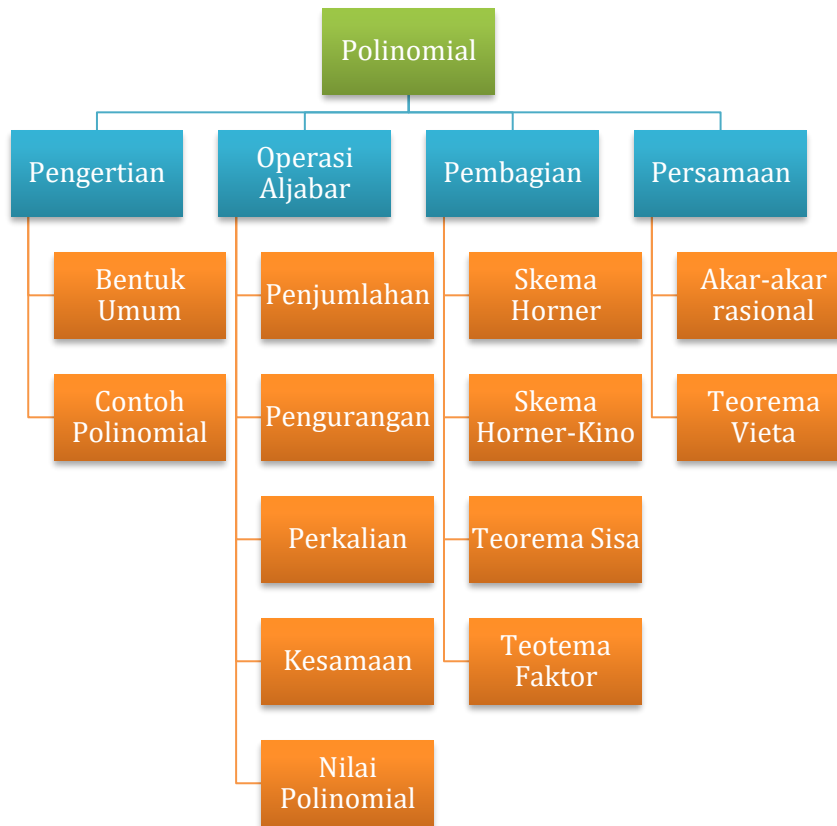
DAFTAR ISI

PENYUSUN	2
DAFTAR ISI	3
GLOSARIUM	4
PETA KONSEP	5
PENDAHULUAN	6
A. Identitas Modul	6
B. Kompetensi Dasar	6
C. Deskripsi Singkat Materi	6
D. Petunjuk Penggunaan Modul	7
E. Materi Pembelajaran	7
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1	8
PENGERTIAN DAN OPERASI ALJABAR PADA POLINOMIAL	8
A. Tujuan Pembelajaran	8
B. Uraian Materi	8
C. Rangkuman	15
D. Latihan Soal	16
E. Penilaian Diri	23
KEGIATAN PEMBELAJARAN 2	24
PEMBAGIAN POLINOMIAL	24
A. Tujuan Pembelajaran	24
B. Uraian Materi	24
C. Rangkuman	36
D. Latihan Soal	38
E. Penilaian Diri	45
KEGIATAN PEMBELAJARAN 3	46
PERSAMAAN POLINOMIAL	46
A. Tujuan Pembelajaran	46
B. Uraian Materi	46
C. Rangkuman	51
D. Latihan Soal	52
E. Penilaian Diri	59
EVALUASI	60
DAFTAR PUSTAKA	65

GLOSARIUM

Akar rasional	: nilai-nilai penyelesaian pada persamaan polinomial yang dapat dituliskan dalam bentuk $\frac{p}{q}$ dengan p dan q bilangan bulat
Derajat	: pangkat tertinggi suatu variabel pada polinomial
Diskriminan	: nilai $b^2 - 4ac$ pada persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$
Eliminasi	: proses penghilangan salah satu variabel dari dua atau lebih bentuk persamaan untuk mendapat nilai variabel lain
Faktor	: satu atau dua polinomial atau lebih yang hasil kalinya merupakan polinomial yang diketahui
Hasil Bagi	: bentuk aljabar yang dihasilkan dari pembagian suatu polinomial oleh polinomial lain
Persamaan	: bentuk aljabar yang disamakan dengan 0
Polinomial	: bentuk aljabar yang berbentuk $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n$ dengan a_i menyatakan bilangan kompleks dan $i = 1, 2, 3, 4, \dots$
Substitusi	: proses penggantian nilai variabel ke bentuk aljabar

PETA KONSEP



PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
Kelas : XI
Alokasi Waktu : 12x45 Menit (12 JP)
Judul Modul : Polinomial

B. Kompetensi Dasar

3.4 Menganalisis keterbagian dan faktorisasi polinom

4.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan faktorisasi polinomial

C. Deskripsi Singkat Materi

Kemampuan menghitung dan menggunakan polinomial banyak digunakan dalam menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari. Menghitung jarak atau kecepatan benda yang jatuh dari ketinggian tertentu merupakan salah satu penerapan polinomial bentuk sederhana. Selain itu, penerapan polinomial dapat kita temui saat menghitung banyak barang, fungsi biaya untuk menafsirkan dan memprediksi kecenderungan harga pasar berbagai barang dan suku bunga bank dalam ekonomi, pengolahan harga dan biaya kirim, menyajikan pola cuaca pada daerah tertentu, mendesain bentuk struktur bangunan bahkan mendesain bentuk kemasan suatu produk seperti ilustrasi berikut.

Sebuah industri rumahan akan mendesain kemasan produknya dari bahan karton berukuran 16 dm × 24 dm. Kardus itu mempunyai dasar berbentuk persegi dan volume kardus yang diinginkan adalah 640 liter. Berapa ukuran (dimensi) dari kardus berbentuk kotak tersebut?



Gambar 1. Kemasan produk yang terbuat dari karton

Sumber : <https://dikemas.com/kemasan/kemasan-kardus-custom-ukuran-dan-desain>

Anak-anakku, untuk menentukan ukuran dari kardus tersebut kita dapat menerapkan bentuk polinomial $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n$ khususnya penyelesaian persamaan polinomial berderajat tiga yang akan dipelajari dalam modul ini. Selain itu, kita akan belajar menentukan nilai operasi aljabar pada polinomial, pembagian polinomial, dan menentukan penyelesaian persamaan polinomial.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Anak-anakku sekalian, modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh soal yang disediakan dan jika memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada modul ini.
5. Jika kalian menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Di bagian akhir modul disediakan soal evaluasi, silahkan mengerjakan soal evaluasi tersebut agar kalian dapat mengukur penguasaan kalian terhadap materi pada modul ini. Cocokkan hasil pengerjaan kalian dengan kunci jawaban yang tersedia.
8. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi 3 kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Pengertian dan Operasi Aljabar pada Polinomial

Kedua : Pembagian Polinomial

Ketiga : Persamaan Polinomial

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

PENGERTIAN DAN OPERASI ALJABAR PADA POLINOMIAL

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan siswa dapat :

1. memahami pengertian polinomial,
2. menentukan operasi penjumlahan pada polinomial,
3. menentukan operasi pengurangan pada polinomial,
4. menentukan operasi perkalian pada polinomial,
5. menentukan kesamaan polinomial,
6. menentukan nilai polinomial.

B. Uraian Materi

1. Pengertian Polinomial

Polinomial atau suku banyak adalah suatu bentuk aljabar yang terdiri atas beberapa suku dan memuat satu variabel berpangkat bulat positif. Secara umum, polinomial dalam x dan berderajat n dapat dituliskan sebagai berikut.

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

dengan :

n merupakan bilangan bulat positif, $a_n \neq 0$

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1$ bilangan real dan merupakan koefisien-koefisien polinomial

a_0 bilangan real dan merupakan suku tetap (konstanta)

Derajat suatu polinomial dalam x adalah pangkat tertinggi dari x dalam polinomial itu.

Anak-anakku untuk lebih memahami bentuk dari polinomial, mari kita perhatikan contoh soal 1 dan contoh soal 2 berikut.



Contoh Soal 1

Manakah bentuk berikut yang merupakan polinomial !

- a. $6x^2 + 3x + 5 + 4x^3$
- b. $8x^3 + 4x^2 - 2x + 1 + \frac{3}{x}$
- c. $2x^4 - 7x^3 + 8x - 4$
- d. $5x^3 + 2x^2 + 3\sqrt{x} + 1$

Pembahasan:

Anak-anakku untuk menentukan yang merupakan polinomial, mari kita ingat kembali bentuk umum polinomial berikut.

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

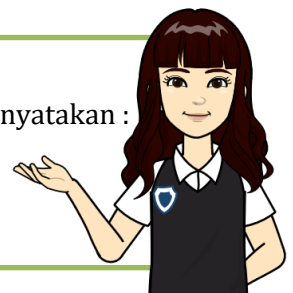
Berdasarkan bentuk umum polinomial, mari kita identifikasi manakah yang termasuk polinomial dari beberapa bentuk aljabar berikut.

- $6x^2 + 3x + 5 + 4x^3$ merupakan polinomial karena dapat dinyatakan dalam bentuk $4x^3 + 6x^2 + 3x + 5$ dimana semua variabel x berpangkat bilangan asli.
- $8x^3 + 4x^2 - 2x + 1 + \frac{3}{x}$ bukan merupakan polinomial, karena terdapat variabel x yang berpangkat bukan bilangan bulat positif (bilangan asli), yaitu $\frac{3}{x} = 3x^{-1}$ (x memiliki pangkat negatif)
- $2x^4 - 7x^3 + 8x - 4$ merupakan polinomial karena dapat dinyatakan dalam bentuk $2x^4 - 7x^3 + 0x^2 + 8x - 4$ dimana semua variabel x berpangkat bilangan asli
- $5x^3 + 2x^2 + 5x + 3\sqrt{x} + 1$, bukan polinomial, karena terdapat variabel x yang berpangkat bukan bilangan bulat positif, yaitu $3\sqrt{x} = 3x^{\frac{1}{2}}$ (x berpangkat pecahan)

Contoh Soal 2

Susun suku banyak $5x + 7 + x^4 - 6x^3$ dalam pangkat turun, kemudian nyatakan :

- Suku-suku berikut koefisiennya
- Derajat dan konstantanya.



Pembahasan:

Suku banyak $f(x) = 5x + 7 + x^4 - 6x^3$ dalam pangkat turun dinyatakan $f(x) = x^4 - 6x^3 + 0x^2 + 5x + 7$ diberi koefisien 0 karena semula tidak terdapat dalam $f(x)$

- Suku-suku $f(x)$ beserta koefisiennya sebagai berikut :
 - Suku x^4 dengan koefisien = 1
 - Suku $-6x^3$ dengan koefisien = - 6
 - Suku $0x^2$ dengan koefisien = 0
 - Suku $5x$ dengan koefisien = 5
 - 7 adalah konstanta
- Suku dengan pangkat variabel paling tinggi adalah suku x^4 , sehingga $f(x)$ merupakan suku banyak berderajat empat. Adapun konstantanya = 7.

2. Operasi Aljabar pada Polinomial

Sifat-sifat pada operasi bilangan real juga berlaku pada operasi polinomial karena polinomial memuat variabel yang merupakan suatu bilangan real yang belum diketahui nilainya. Sifat-sifat tersebut meliputi sifat komutatif, asosiatif, dan distributif yang akan membantu kita dalam menyelesaikan operasi aljabar pada polinomial.

Sifat Distributif :

$$5x^2 - 2x^2 = (5 - 2)x^2 \\ = 3x^2$$

Sifat Komutatif dan Asosiatif

$$2x^2 \times 3x^3 = (2 \times 3)x^{2+3} \\ = 6x^5$$

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Penjumlahan dan pengurangan polinomial dilakukan dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan antarkoefisien suku-suku sejenis. Suku-suku sejenis yaitu suku-suku yang mempunyai variabel berpangkat sama. Untuk lebih memahami penjumlahan dan pengurangan pada polinomial, kita simak contoh soal berikut.

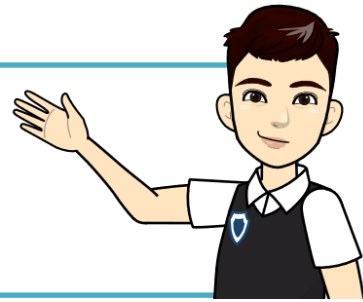
Contoh Soal 1

Diketahui polinomial :

$$p(x) = 6x^3 - 8x^2 + 7x + 10$$

$$q(x) = 10x^2 + 11x - 13$$

Hasil penjumlahan polinomial $p(x)$ dan $q(x)$ adalah ...



Pembahasan:

Diketahui:

$$p(x) = 6x^3 - 8x^2 + 7x + 10$$

$$q(x) = 10x^2 + 11x - 13$$

Penjumlahan $p(x)$ dan $q(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$p(x) + q(x) = (6x^3 - 8x^2 + 7x + 10) + (10x^2 + 11x - 13)$$

$$= 6x^3 + (-8x^2 + 10x^2) + (7x + 11x) + (10 - 13) \rightarrow \text{Mengelompokkan suku sejenis}$$

$$= 6x^3 + (-8 + 10)x^2 + (7 + 11)x + (-3) \rightarrow \text{Sifat distributif}$$

$$= 6x^3 + 2x^2 + 18x - 3$$

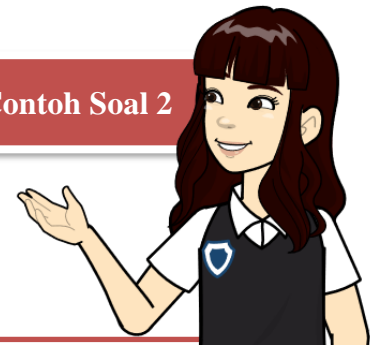
Contoh Soal 2

Diketahui polinomial :

$$g(y) = 10y^3 + 7y^2 - 4y - 2$$

$$h(y) = 5y^3 - 2y + 3$$

Hasil pengurangan polinomial $g(y)$ dan $h(y)$ adalah ...



Pembahasan:

Diketahui:

$$g(y) = 10y^3 + 7y^2 - 4y - 2$$

$$h(y) = 5y^3 - 2y + 3$$

Pengurangan $g(y)$ dan $h(y)$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$g(y) - h(y) = (10y^3 + 7y^2 - 4y - 2) - (5y^3 - 2y + 3)$$

$$= 10y^3 + 7y^2 - 4y - 2 - 5y^3 + 2y - 3$$

$$= (10y^3 - 5y^3) + 7y^2 + (-4y + 2y) + (-2 - 3) \rightarrow \text{Mengelompokkan suku sejenis}$$

$$= (10 - 5)y^3 + 7y^2 + (-4 + 2)y + (-5) \rightarrow \text{Sifat distributif}$$

$$= 5y^3 + 7y^2 + (-2)y - 5$$

$$= 5y^3 + 7y^2 - 2y - 5$$

b. Perkalian

Anak-anakku untuk mempermudah kita melakukan perkalian polinomial kita bisa menggunakan sifat distributif seperti berikut.

$$a \cdot (b + c + \dots + k) = a \cdot b + a \cdot c + \dots + a \cdot k$$

$$(b + c + \dots + k) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a + \dots + k \cdot a$$

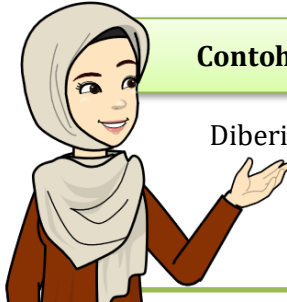
Secara umum, kita dapat mengalikan polinomial derajat m dengan polinomial derajat n sebagai berikut.

$$(a^m + bx^{m-1} + \dots)(Ax^n + Bx^{n-1} + \dots) = a \cdot Ax^{m+n} + b \cdot Bx^{m+n-2} + \dots$$

Hal ini berarti ketika mengalikan dua polinomial, kita menerapkan sifat-sifat perpangkatan yang telah dipelajari, yaitu $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$



Untuk memahami perkalian pada polinomial, yuk kita perhatikan contoh soal berikut.



Contoh Soal

Diberikan dua buah suku banyak $f(x)$ dan $g(x)$ yang ditentukan oleh

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$$

$$g(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$$

Tentukan $f(x) \cdot g(x)$ serta derajatnya !

Pembahasan:

Diketahui:

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$$

$$g(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$$

Maka $f(x) \cdot g(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f(x) \cdot g(x) &= (x^3 + x^2 - 3x + 1) \cdot (x^3 - 2x^2 + 2x - 1) \\ &= x^3(x^3 - 2x^2 + 2x - 1) + x^2(x^3 - 2x^2 + 2x - 1) - 3x(x^3 - 2x^2 + 2x - 1) \\ &\quad + 1(x^3 - 2x^2 + 2x - 1) \\ &= x^6 - 2x^5 + 2x^4 - x^3 + x^5 - 2x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 3x + x^3 \\ &\quad - 2x^2 + 2x - 1 \\ &= x^6 + (-2x^5 + x^5) + (2x^4 - 2x^4 - 3x^4) + (-x^3 + 2x^3 + 6x^3 + x^3) \\ &\quad + (-x^2 - 6x^2 - 2x^2) + (3x + 2x) - 1 \\ &= x^6 + (-2 - 1)x^5 + (2 - 2 - 3)x^4 + (-1 + 2 + 6 + 1)x^3 + (-1 - 6 - 2)x^2 \\ &\quad + (3 + 2)x - 1 \\ &= x^6 - 3x^5 - 3x^4 + 8x^3 - 9x^2 + 5x - 1 \end{aligned}$$

Jadi, $f(x) \cdot g(x) = x^6 - 3x^5 - 3x^4 + 8x^3 - 9x^2 + 5x - 1$ dengan derajat polinomial adalah 6 karena pangkat tertinggi dari variabel adalah 6

Berdasarkan uraian pada contoh soal dapat disimpulkan sebagai berikut.

Misalkan $f(x)$ polinomial berderajat m dan $g(x)$ polinomial berderajat n maka **Derajat dari $[f(x) \cdot g(x)]$ adalah $(m + n)$**

3. Kesamaan Polinomial

Dua polinomial berderajat n dalam variabel x yaitu $f(x)$ dan $g(x)$ dikatakan sama jika kedua suku banyak itu mempunyai nilai yang sama untuk variabel x . Kesamaan polinomial $f(x)$ dan $g(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$f(x) \equiv g(x)$$

Anak-anakku, secara matematis kesamaan suku banyak dapat dituliskan sebagai berikut.

Misalkan dua suku banyak berderajat n ,

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0$$

$f(x)$ sama dengan $g(x)$, ditulis $f(x) \equiv g(x)$ jika dan hanya jika $a_n = b_n$,

$$a_{n-1} = b_{n-1}, a_{n-2} = b_{n-2}, \dots, a_1 = b_1, a_0 = b_0$$

Koefisien dari variabel berpangkat sederajat adalah sama



Untuk lebih memahami kesamaan suku banyak, yuk kita simak beberapa contoh soal berikut.

Contoh Soal 1:

Diketahui suku banyak $Ax^2 + Bx + C$ sama dengan $6x^2 - 4x + 3$. Tentukan nilai koefisien A, B dan C !

Pembahasan:

$Ax^2 + Bx + C \equiv 6x^2 - 4x + 3$ jika dan hanya jika koefisien x^2, x , dan konstanta pada ruas kiri dan ruas kanan adalah sama.

Koefisien x^2 : $A = 6$;

koefisien x : $B = -4$;

konstanta : $C = 3$

Jadi, $A = 6, B = -4$, dan $C = 3$

Contoh Soal 2:

Diketahui $x^3 + 2x^2 - 4x + 7 \equiv ax(x + 1)^2 + b(x - 2) + c$ untuk semua x . Nilai a, b , dan c adalah ...

Pembahasan:

Samakan koefisien suku sejenis di ruas kiri dan ruas kanan.

$$\begin{aligned} x^3 + 2x^2 - 4x + 7 &= ax(x + 1)^2 + b(x - 2) + c \\ &= ax(x^2 + 2x + 1) + bx - 2b + c \\ &= (ax \cdot x^2) + (ax \cdot 2x) + (ax \cdot 1) + bx - 2b + c \\ &= ax^3 + 2ax^2 + ax + bx - 2b + c \\ &= ax^3 + 2ax^2 + (a + b)x + (-2b + c) \end{aligned}$$

Jadi kesamaan suku banyak adalah

$$x^3 + 2x^2 - 4x + 7 \equiv ax^3 + 2ax^2 + (a + b)x + (-2b + c)$$

Koefisien x^3 : $1 = a \rightarrow a = 1$

Koefisien x : $-4 = a + b \rightarrow a + b = -4$ mencari nilai b dengan mensubstitusi $a = 1$ ke $a + b = -4$ diperoleh

$$1 + b = -4$$

$$b = -4 - 1$$

$$b = -5$$

Konstanta : $7 = -2b + c \rightarrow -2b + c = 7$ substitusi $b = -5$ untuk memperoleh nilai c

$$\begin{aligned} -2b + c &= 7 \\ -2(-5) + c &= 7 \\ 10 + c &= 7 \\ c &= 7 - 10 \\ \mathbf{c} &= \mathbf{-3} \end{aligned}$$

Jadi, nilai $a = 1, b = -5$, dan $c = -3$

Contoh Soal 3:

Berdasarkan kesamaan berikut tentukan nilai a dan b

$$\frac{2x+10}{x^2-2x-8} \equiv \frac{a}{x-4} + \frac{b}{x+2}$$

Pembahasan:

Samakan koefisien suku sejenis di ruas kiri dan ruas kanan.

$$\begin{aligned} \frac{2x+10}{x^2-2x-8} &\equiv \frac{a}{x-4} + \frac{b}{x+2} \\ \frac{2x+10}{x^2-2x-8} &\equiv \frac{a(x+2)}{(x-4)(x+2)} + \frac{b(x-4)}{(x+2)(x-4)} \\ \frac{2x+10}{x^2-2x-8} &\equiv \frac{ax+2a}{x^2-2x-8} + \frac{bx-4b}{x^2-2x-8} \\ \frac{2x+10}{x^2-2x-8} &\equiv \frac{ax+bx+2a-4b}{a^2-2x-8} \\ \frac{2x+10}{x^2-2x-8} &\equiv \frac{(a+b)x+(2a-4b)}{a^2-2x-8} \end{aligned}$$

Samakan penyebut menjadi $x^2 - 2x - 8$

Kelompokkan suku sejenis

Sifat distributif

Berdasarkan kesamaan polinomial di atas diperoleh dua persamaan sebagai berikut.

$$2 = a + b \rightarrow \mathbf{a + b = 2}$$
 persamaan (i)

$$10 = 2a - 4b \rightarrow 2a - 4b = 10 \rightarrow \mathbf{a - 2b = 5}$$
 persamaan (ii)

Untuk mencari nilai a dan b eliminasi persamaan (i) dan (ii) sebagai berikut

$$\begin{aligned} a + b &= 2 \\ \mathbf{a - 2b} &= \mathbf{5} - \\ \hline 3b &= -3 \\ \mathbf{b} &= \mathbf{-1} \end{aligned}$$

Substitusi $b = -1$ untuk mencari nilai a ke persamaan $a + b = 2$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} a + b &= 2 \\ a + (-1) &= 2 \\ a - 1 &= 2 \\ a &= 2 + 1 \\ \mathbf{a} &= \mathbf{3} \end{aligned}$$

Jadi, nilai $a = 3$ dan $b = -1$

4. Nilai Polinomial

Suatu polinomial atau suku banyak dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi $f(x)$, yaitu:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Jika suatu suku banyak dinyatakan sebagai fungsi $f(x)$ dan nilai x diganti dengan bilangan tetap k , maka bentuk $f(k)$ merupakan nilai suku banyak tersebut untuk $x = k$. Untuk menentukan nilai dari $f(k)$ kita bisa menggunakan metode substitusi dan metode sintetik yaitu skema Horner.

a. Metode Substitusi

Cara menentukan nilai suatu suku banyak dengan metode substitusi adalah sebagai berikut.

Nilai suku banyak

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Untuk $x = k$ ditentukan oleh

$$f(k) = a_n (k)^n + a_{n-1} (k)^{n-1} + a_{n-2} (k)^{n-2} + \dots + a_2 (k)^2 + a_1 (k) + a_0$$



Anak-anakku untuk lebih memahami menentukan nilai suku banyak dengan metode substitusi, yuk kita simak contoh soal berikut.

Contoh Soal :

Diketahui suku banyak $f(x) = x^3 - 2x^2 - x - 5$. Nilai $f(x)$ untuk $x = 3$ adalah ...

Pembahasan:

Substitusi nilai $x = 3$ ke $f(x) = x^3 - 2x^2 - x - 5$ diperoleh

$$\begin{aligned} f(3) &= 3^3 - 2(3)^2 - 3 - 5 \\ &= 27 - 2(9) - 8 \\ &= 27 - 18 - 8 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $f(x)$ untuk $x = 3$ adalah 1

b. Skema Horner

Misalkan suku banyak $f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ akan ditentukan nilainya untuk $x = k$ dengan cara skema.

Terlebih dahulu bentuk suku banyak tersebut disederhanakan sehingga setiap variabel x hanya berpangkat satu (kecuali untuk a_0), sehingga diperoleh,

$$f(x) = (a_3 x + a_2)x + a_1)x + a_0$$

Nilai $f(x)$ untuk $x = k$ dapat ditentukan sebagai berikut :

$$f(k) = (a_3 k + a_2)k + a_1)k + a_0$$

Bentuk tersebut dapat disusun dalam suatu bagan sebagai berikut :

k	a_3	a_2	a_1	a_0	
		$a_3 k$	$(a_3 k + a_2)k$	$((a_3 k + a_2)k + a_1)k$	
	a_3	$(a_3 k + a_2)$	$((a_3 k + a_2)k + a_1)$	$((a_3 k + a_2)k + a_1)k + a_0$	+
				<div style="border-top: 1px solid black; width: 100%; margin-bottom: 5px;"></div> Nilai $f(k)$	

Keterangan :

- 1). Kalikan a_3 dengan k , lalu tambah dengan a_2
- 2). Kalikan hasil pada no. (1) dengan k , lalu tambah dengan a_1
- 3). Kalikan hasil pada no. (2) dengan k , lalu tambah dengan a_0 . Hasilnya yang terakhir adalah nilai dari suku banyak $f(x)$ untuk $x = k$ atau $f(k)$.

Anak-anakku untuk memahami menentukan nilai suku banyak menggunakan skema Horner, yuk perhatikan contoh berikut.

Contoh Soal 1:

Tentukan nilai suku banyak $f(x) = 5x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 2x + 3$ untuk $x = 1$

Pembahasan:

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 1 & 5 & -3 & -7 & 2 & 3 \\
 & & 5(1) & 2(1) & -5(1) & -3(1) \\
 \hline
 & 5 & 2 & -5 & -3 & 0
 \end{array} +$$

Jadi, Nilai $f(1) = 1$

Contoh Soal 2:

Tentukan nilai suku banyak $f(x) = 5 - x^2 + 3x^4$ untuk $x = -1$

Pembahasan:

Pertama, ubah $f(x)$ menjadi bentuk pangkat turun sebagai berikut :

$$f(x) = 3x^4 + 0x^3 - x^2 + 0x + 5$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 -1 & 3 & 0 & -1 & 0 & 5 \\
 & & 3(-1) & -3(-1) & 2(-1) & -2(-1) \\
 \hline
 & 3 & -3 & 2 & -2 & 7
 \end{array} +$$

Jadi, nilai $f(-1) = 7$

C. Rangkuman

1. **Polinomial** atau suku banyak adalah suatu bentuk aljabar yang terdiri atas beberapa suku dan memuat satu variabel berpangkat bulat positif. Secara umum, polinomial dalam x dan berderajat n dapat dituliskan sebagai berikut

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

dengan :

n merupakan bilangan bulat positif, $a_n \neq 0$

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1$ bilangan real dan merupakan koefisien-koefisien polinomial
 a_0 bilangan real dan merupakan suku tetap (konstanta)

2. **Derajat** suatu polinomial dalam x adalah pangkat tertinggi dari x dalam polinomial itu
3. Operasi aljabar pada polinomial terdiri atas penjumlahan, pengurangan dan perkalian.
 - a. Penjumlahan dan pengurangan
 Penjumlahan dan pengurangan polinomial dilakukan dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan antarkoefisien suku-suku sejenis. Suku-suku sejenis yaitu suku-suku yang mempunyai variabel berpangkat sama.
 - b. Perkalian

Secara umum, kita dapat mengalikan polinomial derajat m dengan polinomial derajat n sebagai berikut.

$$(a^m + bx^{m-1} + \dots)(Ax^n + Bx^{n-1} + \dots) = a \cdot Ax^{m+n} + b \cdot Bx^{m+n-2} + \dots$$

Hal ini berarti ketika mengalikan dua polinomial, kita menerapkan sifat-sifat perpangkatan yang telah dipelajari, yaitu $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

4. Kesamaan Polinomial

Misalkan dua suku banyak berderajat n ,

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0$$

$f(x)$ sama dengan $g(x)$, ditulis $f(x) \equiv g(x)$ jika dan hanya jika $a_n = b_n$,

$$a_{n-1} = b_{n-1}, a_{n-2} = b_{n-2}, \dots, a_1 = b_1, a_0 = b_0$$

Koefisien dari variabel berpangkat sederajat adalah sama

5. Nilai Polinomial

a. Metode Substitusi

Nilai suku banyak

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Untuk $x = k$ ditentukan oleh

$$f(k) = a_n (k)^n + a_{n-1} (k)^{n-1} + a_{n-2} (k)^{n-2} + \dots + a_2 (k)^2 + a_1 (k) + a_0$$


b. Skema Horner

Nilai $f(x)$ untuk $x = k$ dapat ditentukan sebagai berikut :

$$f(k) = (a_3 k + a_2)k + a_1)k + a_0$$

Bentuk tersebut dapat disusun dalam suatu bagan sebagai berikut :

k	a_3	a_2	a_1	a_0	
		$a_3 k$	$(a_3 k + a_2)k$	$((a_3 k + a_2)k + a_1)k$	
	a_3	$(a_3 k + a_2)$	$((a_3 k + a_2)k + a_1)$	$((a_3 k + a_2)k + a_1)k + a_0$	+



Keterangan :

- 1). Kalikan a_3 dengan k , lalu tambah dengan a_2
- 2). Kalikan hasil pada no. (1) dengan k , lalu tambah dengan a_1
- 3). Kalikan hasil pada no. (2) dengan k , lalu tambah dengan a_0 . Hasilnya yang terakhir adalah nilai dari suku banyak $f(x)$ untuk $x = k$ atau $f(k)$.

D. Latihan Soal

Anak- anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap polinomial, operasi aljabar pada polinomial, dan menentukan nilai polinomial kerjakan soal latihan berikut:

1. Berikut ini yang merupakan suku banyak adalah ...

- A. $\frac{x^3+3x+1}{x^4-5x+2}$
- B. $\sqrt{x^3 - 2x + 1}$
- C. \sqrt{x}
- D. $\frac{3}{4}x^5 - x^3 \sin \frac{\pi}{5} + 3$
- E. $\sqrt{\frac{x^3-2}{x^2+1}}$

2. Diketahui polinomial $f(x) = x^5 - 3x^7 + 2x - 7x^4 + 14$. Derajat polinomial $f(x)$ adalah ...
 - A. 1
 - B. 4
 - C. 5
 - D. 7
 - E. 14

3. Koefisien-koefisien pada polinomial $3y^2 - 5y - 10 + 15y - 6y^2$ jika ditulis dalam urutan turun adalah ...
 - A. $-3, 10, -10$
 - B. $-6, 15, -10$
 - C. $-9, 10, -10$
 - D. $6, 10, -10$
 - E. $3, 10, 10$

4. Hasil dari operasi penjumlahan $x^3 + 5x^2 + 6x - 1$ dan $3x^3 - 4x^2 - 8x + 6$ adalah ...
 - A. $4x^3 + x^2 - 2x + 5$
 - B. $4x^3 - 9x^2 + 2x + 5$
 - C. $4x^3 + x^2 - 2x - 5$
 - D. $4x^3 - 9x^2 - 2x + 5$
 - E. $4x^3 - x^2 + 2x - 5$

5. Hasil pengurangan polinomial $x^4 - 3x^2 + 6$ oleh $x^3 - 3x^2 - 2$ adalah ...
 - A. $x^4 + x^3 - 6x^2 + 8$
 - B. $x^4 - x^3 + 8$
 - C. $x^4 + x^3 - 8$
 - D. $x^4 + x^3 + 6x - 8$
 - E. $x^4 + x^3 + 6x + 8$

6. Hasil dari perkalian $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 1)$ adalah ...
 - A. $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$
 - B. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$
 - C. $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$
 - D. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 2x + 3$
 - E. $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$

7. Nilai $A \cdot B$ yang memenuhi kesamaan $(x + 5)(Ax + B) \equiv 2x^2 + 7x - 15$ adalah ...
 - A. -7
 - B. -6
 - C. 0
 - D. 6
 - E. 7

8. Diketahui kesamaan $\frac{-x+8}{(x+3)(2x-5)} \equiv \frac{A}{x+3} + \frac{B}{2x-5}$. Nilai $A + B$ adalah ...
 - A. -2
 - B. -1
 - C. 0
 - D. 1
 - E. 2

9. Nilai suku banyak $x^5 + 3x^2 - 8x + 2$ untuk $x = -2$ adalah ...
- A. -4
 - B. -2
 - C. 0
 - D. 2
 - E. 4
10. Jika nilai polinomial $x^4 + ax^3 - 5x^2 - x + 4$ untuk $x = -1$ adalah -7 , nilai $a = \dots$
- A. 11
 - B. 9
 - C. 8
 - D. -7
 - E. -14

Pembahasan dan Kunci Jawaban:

No.	Pembahasan	Skor
1.	<p>Untuk menentukan mana yang merupakan suku banyak, kita perhatikan kembali bentuk umum dari suku banyak sebagai berikut</p> $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ <p>Pilihan A. $\frac{x^3+3x+1}{x^4-5x+2}$ bukan merupakan suku banyak karena berbentuk pecahan</p> <p>Pilihan B. $\sqrt{x^3-2x+1}$ bukan merupakan suku banyak karena dalam bentuk akar sehingga pangkat dari variabelnya pecahan $(x^3-2x+1)^{\frac{1}{2}}$</p> <p>Pilihan C. \sqrt{x} bukan merupakan suku banyak karena pangkat variabel pecahan yaitu $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$</p> <p>Pilihan D. $\frac{3}{4}x^5 - x^3 \sin \frac{\pi}{5} + 3$ merupakan suku banyak karena pangkat variabel dari bentuk aljabar ini $\frac{3}{4}x^5 - x^3 \sin \frac{\pi}{5} + 3$ adalah bilangan bulat positif</p> <p>Pilihan E. $\sqrt{\frac{x^3-2}{x^2+1}}$ bukan merupakan suku banyak karena dalam bentuk akar sehingga pangkat dari variabelnya pecahan $\left(\frac{x^3-2}{x^2+1}\right)^{\frac{1}{2}}$</p> <p>Jawaban: D</p>	10
2.	<p>Diketahui $f(x) = x^5 - 3x^7 + 2x - 7x^4 + 14$</p> <p>Untuk menentukan derajat suatu polinomial, kita bisa melihat pangkat tertinggi dari variabel pada polinomial. Jika polinomial $f(x) = x^5 - 3x^7 + 2x - 7x^4 + 14$ kita tuliskan dalam urutan turun maka diperoleh $f(x) = -3x^7 + 0x^6 + x^5 - 7x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 2x + 14$. Berdasarkan urutan turun terlihat pangkat tertinggi dari polinomialnya adalah x^7 sehingga derajat polinomialnya adalah 7.</p> <p>Jawaban: D</p>	10
3.	<p>Diketahui polinomial $3y^2 - 5y - 10 + 15y - 6y^2$</p> <p>Untuk menentukan koefisien dari polinomial $3y^2 - 5y - 10 + 15y - 6y^2$, terlebih dahulu kita sederhanakan bentuk polinomialnya sebagai berikut.</p> $\begin{aligned} 3y^2 - 5y - 10 + 15y - 6y^2 &= (3y^2 - 6y^2) + (-5y + 15y) - 10 \\ &= (3 - 6)y^2 + (-5 + 15)y - 10 \\ &= -3y^2 + 10y - 10 \end{aligned}$ <p>Maka koefisien dari masing-masing variabel dapat dituliskan</p> <p>Koefisien y^2 : -3 Koefisien y : 10 Konstanta : -10</p> <p>Jawaban: A</p>	10
4.	$\begin{aligned} &(x^3 + 5x^2 + 6x - 1) + (3x^3 - 4x^2 - 8x + 6) \\ &= (x^3 + 3x^3) + (5x^2 - 4x^2) + (6x - 8x) + (-1 + 6) \\ &= (1 + 3)x^3 + (5 - 4)x^2 + (6 - 8)x + 5 \\ &= 4x^3 + x^2 - 2x + 5 \end{aligned}$ <p>Jadi, hasil penjumlahan polinomial $x^3 + 5x^2 + 6x - 1$ dan $3x^3 - 4x^2 - 8x + 6$ adalah $4x^3 + x^2 - 2x + 5$</p>	10

	Jawaban: A	
5.	$(x^4 - 3x^2 + 6) - (x^3 - 3x^2 - 2)$ $= x^4 - 3x^2 + 6 - x^3 + 3x^2 + 2$ $= x^4 - x^3 + (-3x^2 + 3x^2) + (6 + 2)$ $= x^4 - x^3 + (-3 + 3)x^2 + 8$ $= x^4 - x^3 + 0x^2 + 8$ $= x^4 - x^3 + 8$ <p>Jadi, hasil pengurangan polinomial $x^4 - 3x^2 + 6$ oleh $x^3 - 3x^2 - 2$ adalah $x^4 - x^3 + 8$</p> Jawaban: B	10
6.	$(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 1)$ $= x^2(x^2 + 1) + 2x(x^2 + 1) - 3(x^2 + 1)$ $= (x^2 \cdot x^2) + (x^2 \cdot 1) + (2x \cdot x^2) + (2x \cdot 1) - (3 \cdot x^2) - (3 \cdot 1)$ $= x^4 + x^2 + 2x^3 + 2x - 3x^2 - 3$ $= x^4 + 2x^3 + (x^2 - 3x^2) + 2x - 3$ $= x^4 + 2x^3 + (1 - 3)x^2 + 2x - 3$ $= x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ <p>Jadi, hasil dari perkalian $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 1)$ adalah $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$</p> Jawaban: B	10
7.	$(x + 5)(Ax + B) \equiv 2x^2 + 7x - 15$ <p>Samakan koefisien sejenis di ruas kiri dan ruas kanan</p> $x(Ax + B) + 5(Ax + B) \equiv 2x^2 + 7x - 15$ $Ax^2 + Bx + 5Ax + 5B \equiv 2x^2 + 7x - 15$ $Ax^2 + (5A + B)x + 5B \equiv 2x^2 + 7x - 15$ <p>Jadi kesamaan suku banyaknya adalah</p> $Ax^2 + (5A + B)x + 5B \equiv 2x^2 + 7x - 15$ <p>Koefisien x^2 : $A = 2$ Konstanta : $5B = -15$</p> $B = -\frac{15}{5}$ $B = -3$ <p>Maka nilai $A \cdot B$ adalah</p> $A \cdot B = 2 \cdot (-3)$ $= -6$ <p>Jadi, nilai $A \cdot B$ yang memenuhi kesamaan $(x + 5)(Ax + B) \equiv 2x^2 + 7x - 15$ adalah -6</p> Jawaban: B	10
8.	$\frac{-x + 8}{(x + 3)(2x - 5)} \equiv \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{2x - 5}$ $\frac{-x + 8}{(x + 3)(2x - 5)} \equiv \frac{A(2x - 5)}{(x + 3)(2x - 5)} + \frac{B(x + 3)}{(2x - 5)(x + 3)}$ $\frac{-x + 8}{(x + 3)(2x - 5)} \equiv \frac{2Ax - 5A}{(x + 3)(2x - 5)} + \frac{Bx + 3B}{(2x - 5)(x + 3)}$ $\frac{-x + 8}{(x + 3)(2x - 5)} \equiv \frac{(x + 3)(2x - 5)}{(2Ax + Bx) + (-5A + 3B)}$ $\frac{-x + 8}{(x + 3)(2x - 5)} \equiv \frac{(x + 3)(2x - 5)}{(2A + B)x + (-5A + 3B)}$	10

	<p>Dari kesamaan suku banyak diatas diperoleh: Koefisein x : $-1 = 2A + B \rightarrow 2A + B = -1$ persamaan 1 Konstanta : $8 = -5A + 3B \rightarrow -5A + 3B = 8$ persamaan 2 Untuk mencari nilai A dan B eliminasi persamaan 1 dan 2</p> $\begin{array}{r l} 2A + B = -1 & \times 3 \\ -5A + 3B = 8 & \times 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6A + 3B = -3 \\ -5A + 3B = 8 \quad - \end{array}$ $\hline 11A = -11$ $A = -1$ <p>Substitusi $A = -1$ ke persamaan 1 diperoleh</p> $2A + B = -1$ $2(-1) + B = -1$ $-2 + B = -1$ $B = -1 + 2$ $B = 1$ <p>Maka nilai $A + B$ adalah</p> $A + B = -1 + 1$ $= 0$ <p>Jadi, nilai $A + B = 0$ Jawaban: C</p>	
<p>9.</p>	<p>Misal suku banyak $f(x) = x^5 + 3x^2 - 8x + 2$ Untuk menentukan nilai suku banyak kita bisa gunakan cara substitusi atau skema</p> <p>Cara Substitusi: Substitusi $x = -2$ ke $f(x) = x^5 + 3x^2 - 8x + 2$ $f(-2) = (-2)^5 + 3(-2)^2 - 8(-2) + 2$ $= -32 + 3(4) + 16 + 2$ $= -32 + 12 + 18$ $= -2$</p> <p>Jadi, nilai $f(x)$ untuk $x = -2$ adalah -2</p> <p>Cara Skema: Nyatakan $f(x)$ dalam pangkat turun sebagai berikut $f(x) = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 3x^2 - 8x + 2$</p> $\begin{array}{r cccccc} -2 & 1 & 0 & 0 & 3 & -8 & 2 \\ & & -2 & 4 & -8 & 10 & -4 & + \\ \hline & 1 & -2 & 4 & -5 & 2 & -2 & \end{array} \quad \rightarrow \text{Nilai } f(x) \text{ untuk } x = -2$ <p>Jadi, nilai $f(x)$ untuk $x = -2$ adalah -2 Jawaban: B</p>	<p>10</p>
<p>10.</p>	<p>Diketahui: $f(x) = x^4 + ax^3 - 5x^2 - x + 4$ $f(-1) = -7$ Ditanyakan: nila $a = \dots$</p> <p>Cara Substitusi:</p>	<p>10</p>

	$-a = -7 - 1$ $-a = -8$ $a = 8$ <p>Jadi, nilai $a = 8$</p> <p>Cara Skema:</p> $f(x) = x^4 + ax^3 - 5x^2 - x + 4$ $-1 \left \begin{array}{cccccc} 1 & a & -5 & -1 & 4 & \\ & -1 & -a+1 & a+4 & -a-3 & + \end{array} \right.$ <p>Nilai $f(x)$ untuk $x = -1$ adalah $-a + 3$ $-a + 1$ \rightarrow</p> $f(-1) = -7$ $-a + 1 = -7$ $-a = -7 - 1$ $-a = -8$ $a = 8$ <p>Jadi, nilai $a = 8$</p> <p>Jawaban: C</p>	
Skor Total		100

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Skor}}{\text{Jumlah Skor Maksimum}} \times 100\%$$

Kriteria

- 90% - 100% = baik sekali
- 80% - 89% = baik
- 70% - 79% = cukup
- <70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami pengertian polinomial?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan operasi penjumlahan pada polinomial ?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan operasi pengurangan pada polinomial ?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan operasi perkalian pada polinomial ?		
5.	Apakah kalian dapat menentukan kesamaan polinomial ?		
6.	Apakah kalian dapat menentukan nilai polinomial?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,

Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

PEMBAGIAN POLINOMIAL

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan siswa dapat :

1. menentukan pembagian polinomial oleh bentuk linear $(x - k)$,
2. menentukan pembagian polinomial oleh bentuk linear $(ax + b)$,
3. menentukan pembagian polinomial oleh bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$,
4. menentukan sisa pembagian dengan teorema sisa,
5. menentukan faktor polinomial dengan teorema faktor.

B. Uraian Materi

Pembagian Polinomial

Pembagian polinomial dapat ditinjau sebagai pembagian bilangan bulat. Perhatikan pembagian bilangan bulat berikut.

$$\begin{array}{r}
 \text{pembagi} \rightarrow \textcircled{3} \overline{) 257} \\
 \underline{17} \\
 15 \quad - \\
 \underline{2} \\
 \text{sis} \leftarrow \textcircled{2}
 \end{array}$$

← hasil bagi

← bilangan yang dibagi

← sisa

Proses pembagian tersebut berhenti ketika sisa (2) lebih kecil dari pembaginya (3). Hasil pembagian tersebut dapat dituliskan:

$$257 = (3 \times 85) + 2$$

Secara umum ditulis:

$$\text{Bilangan yang dibagi} = (\text{pembagi} \times \text{hasil bagi}) + \text{sisa}$$

Proses pembagian bilangan bulat di atas juga berlaku pada suku banyak. Misalkan suku banyak $f(x)$ dibagi oleh $p(x)$ menghasilkan $h(x)$ dan sisanya $s(x)$, maka dapat ditulis :

$$f(x) = p(x) \cdot h(x) + s(x)$$

Proses pembagian suku banyak dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu :

- a. cara bersusun, dan
- b. cara sintetik (cara Horner)

1. Pembagian polinomial oleh bentuk linear $(x - k)$

Pembagian polinomial $f(x)$ dengan pembagi $(x - k)$ menghasilkan hasil bagi $h(x)$ dan sisa $s(x)$ berderajat nol atau $s(x) = \text{konstanta}$, dituliskan sebagai berikut.

$$f(x) = (x - k) \cdot h(x) + s(x)$$

Anak-anakku untuk lebih memahami pembagian polinomial oleh $(x - k)$, yuk kita perhatikan beberapa contoh soal berikut.



Contoh Soal

Tentukan hasil bagi dan sisa pembagian dari $(3x^3 - 7x^2 - 13x - 8) : (x - 4)$, kemudian nyatakan $f(x)$ dalam bentuk $f(x) = (x - k)h(x) + s$ dengan :

- a. cara bersusun
- b. cara Horner

Pembahasan:

a. Cara bersusun

$$\begin{array}{r}
 \text{Pembagi} \rightarrow \boxed{x-4} \overline{) \begin{array}{r} \boxed{3x^2 + 5x + 7} \\ 3x^3 - 7x^2 - 13x - 8 \\ \underline{3x^3 - 12x^2} \\ 5x^2 - 13x \\ \underline{5x^2 - 20x} \\ 7x - 8 \\ \underline{7x - 28} \\ \boxed{20} \end{array}} \\
 \leftarrow \text{Hasil bagi} = h(x) \\
 \leftarrow \text{sisa (s)}
 \end{array}$$

Jadi, $3x^3 - 7x^2 - 13x - 8 = (x - 4)(3x^2 + 5x + 7) + 20$

b. Cara Horner

Pembagian suku banyak dengan cara Horner (sintetik) mirip dengan penentuan nilai suku banyak dengan cara bagan /skema, yaitu dengan mendaftar koefisien-koefisien suku banyak yang dibagi secara berurutan dari pangkat yang tertinggi.

$(3x^3 - 7x^2 - 13x - 8) : (x - 4) \Rightarrow$ pembagi $x - 4$, dalam bagan ditulis $x = 4$

4	3	-7	-13	-8	→ koefisien $f(x)$
		12	20	28	→ hasil kali dengan 4
	3	5	7	20	← Sisa (s) atau $f(4)$

nilai $x = k$
koefisien hasil bagi $h(x)$

Dari pembagian dengan cara Horner diperoleh:

Hasil bagi : $h(x) = 3x^2 + 5x + 7$

Sisa pembagian : $s = 20$

Maka dapat ditulis,

$$3x^3 - 7x^2 - 13x - 8 = (x - 4)(3x^2 + 5x + 7) + 20$$

2. Pembagian Suku Banyak oleh Bentuk Linear ($ax + b$)

Anak-anakku pada uraian materi di atas dijelaskan bahwa jika polinomial $f(x)$ dibagi $(ax + b)$ memberikan hasil bagi $h(x)$ dan sisa s , maka diperoleh hubungan:

$$f(x) = (x - k)h(x) + s$$

Jika $k = -\frac{b}{a}$, hubungan di atas menjadi:

$$f(x) = \left(x + \frac{b}{a}\right)h(x) + s$$

$$f(x) = \frac{1}{a}(ax + b)h(x) + s$$

$$f(x) = (ax + b)\frac{h(x)}{a} + s$$

Berdasarkan uraian di atas, diperoleh:

Hasil bagi $f(x)$ oleh $(ax + b)$ adalah $\frac{h(x)}{a}$

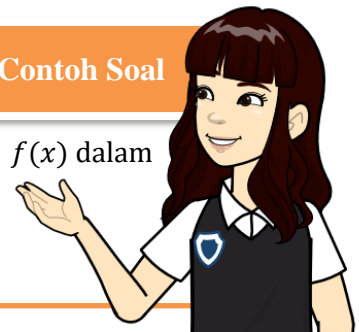
Sisa pembagian s adalah $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

Untuk lebih memahami pembagian polinomial oleh $(ax + b)$, mari kita simak contoh soal berikut.

Contoh Soal

Tentukan hasil bagi dan sisa pembagian dari $f(x)$
 $(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 5x + 2) : (3x + 1)$, kemudian nyatakan $f(x)$ dalam bentuk $f(x) = (ax + b)h(x) + s$ dengan :

- cara bersusun
- cara Horner



Pembahasan:

- Cara bersusun

$$\begin{array}{r}
 \boxed{x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}} \quad \leftarrow \text{Hasil bagi } h(x) \\
 3x+1 \overline{) 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 5x + 2} \\
 \underline{3x^4 + x^3} \quad - \\
 -6x^3 + 7x^2 \\
 \underline{-6x^3 - 2x^2} \quad - \\
 9x^2 + 5x \\
 \underline{9x^2 + 3x} \quad - \\
 2x + 2 \\
 \underline{2x + \frac{2}{3}} \quad - \\
 \boxed{1\frac{1}{3}} \quad \leftarrow \text{sisa (s)}
 \end{array}$$

Dari hasil pembagian secara bersusun, diperoleh hasil bagi $h(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$ dan sisa pembagian $s = 1\frac{1}{3}$, sehingga $f(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$f(x) = (3x + 1)\left(x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}\right) + 1\frac{1}{3}$$

b. Cara Horner

$$(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 5x + 2) : (3x + 1) \rightarrow \text{pembagi } 3x + 1 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$-\frac{1}{3}$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">3</td> <td style="padding: 0 10px;">-5</td> <td style="padding: 0 10px;">7</td> <td style="padding: 0 10px;">5</td> <td style="padding: 0 10px;">2</td> <td style="padding-left: 10px;">←</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Koefisien $f(x)$</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 0 10px;"></td> <td style="border-left: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 0 10px;">-1</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 0 10px;">2</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 0 10px;">-3</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 0 10px;">$-\frac{2}{3}$</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 0 10px;"></td> <td style="border-left: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 0 10px;">+</td> </tr> </table>	3	-5	7	5	2	←	Koefisien $f(x)$		-1	2	-3	$-\frac{2}{3}$		+
3	-5	7	5	2	←	Koefisien $f(x)$									
	-1	2	-3	$-\frac{2}{3}$		+									
	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">3</td> <td style="padding: 0 10px;">-6</td> <td style="padding: 0 10px;">9</td> <td style="padding: 0 10px;">2</td> <td style="border: 1px solid red; border-radius: 50%; padding: 5px;">$1\frac{1}{3}$</td> <td style="padding-left: 10px;">←</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Sisa $s = f\left(-\frac{1}{3}\right)$</td> </tr> </table>	3	-6	9	2	$1\frac{1}{3}$	←	Sisa $s = f\left(-\frac{1}{3}\right)$							
3	-6	9	2	$1\frac{1}{3}$	←	Sisa $s = f\left(-\frac{1}{3}\right)$									
	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; display: inline-block; padding: 2px 10px;">Koefisien $h(x)$</div>														

Diperoleh $h(x) = 3x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ dan $s = 1\frac{1}{3}$

Selanjutnya hasil bagi dan sisa pembagian $f(x)$ oleh $(3x + 1)$ adalah :

Hasil bagi

$$\begin{aligned} \frac{h(x)}{a} &= \frac{3x^3 - 6x^2 + 9x + 2}{3} \\ &= x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Sisa pembagian

$$s = f\left(-\frac{1}{3}\right) = 1\frac{1}{3}$$

Sehingga $f(x)$ dapat ditulis :

$$(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 5x + 2) = (3x + 1) \left(x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3} \right) + 1\frac{1}{3}$$

Dari dua contoh di atas, pembagian suku banyak $f(x)$ oleh bentuk linear $(x - k)$ atau $(ax + b)$, dapat disimpulkan bahwa :

- Derajat hasil bagi $h(x)$ maksimum **satu lebih kecil** dari pada derajat suku banyak $f(x)$.
- Derajat sisa s maksimum **satu lebih kecil** dari pada derajat pembagi.

3. Pembagian Suku Banyak oleh Bentuk Kuadrat $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$

Jika polinomial $f(x)$ dibagi dengan $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$, maka hasil bagi dan sisa pembagian polinomial dapat ditentukan dengan cara pembagian bersusun, skema Horner, dan skema Horner kino.

a. Cara Bersusun

Pembagian suku banyak $f(x)$ oleh bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$ dapat dilakukan dengan cara bersusun seperti halnya pada pembagian suku banyak oleh bentuk linear $(x - k)$ atau $(ax + b)$.

Secara umum, algoritma pembagian suku banyak $f(x)$ oleh bentuk kuadrat $(ax^2 + bx + c)$ dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$f(x) = (ax^2 + bx + c) h(x) + s(x)$$

Anak-anakku untuk lebih memahami pembagian polinomial oleh bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ dengan cara bersusun, mari simak beberapa contoh soal berikut.

Contoh Soal 1

Tentukan hasil bagi dan sisa pembagian dari $(x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 4x - 15) : (x^2 - x - 6)$ dengan cara bersusun.

Pembahasan:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{x^2 + 4x + 3} \quad \leftarrow \text{Hasil bagi } h(x) \\
 x^2 - x - 6 \overline{) x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 4x - 15} \\
 \underline{x^4 - x^3 - 6x^2} \\
 4x^3 - x^2 - 4x \\
 \underline{4x^3 - 4x^2 - 24x} \\
 3x^2 + 20x - 15 \\
 \underline{3x^2 - 3x - 18} \\
 \boxed{23x + 3} \quad \leftarrow \text{Sisa } s(x)
 \end{array}$$

Berdasarkan pembagian bersusun di atas diperoleh hasil bagi $h(x) = x^2 + 4x + 4$ dan sisa pembagian $s(x) = 23x + 3$ sehingga suku banyak $f(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 4x - 15 = (x^2 - x - 6)(x^2 + 4x + 3) + (23x + 3)$$

Jadi, hasil bagi $h(x) = x^2 + 4x + 4$ dan sisa pembagian $s(x) = 23x + 3$

Contoh Soal 2

Tentukan hasil bagi dan sisa pembagian dari $(2x^3 - 6x^2 + 5x + 10) : (x^2 - 4)$ dengan cara bersusun.

Pembahasan:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{2x - 6} \quad \leftarrow \text{Hasil bagi } h(x) \\
 x^2 - 4 \overline{) 2x^3 - 6x^2 + 5x + 10} \\
 \underline{2x^3 - 8x} \\
 -6x^2 + 13x + 10 \\
 \underline{-6x^2 + 24} \\
 \boxed{13x - 14} \quad \leftarrow \text{Sisa } s(x)
 \end{array}$$

Berdasarkan pembagian bersusun di atas diperoleh hasil bagi $h(x) = 2x - 6$ dan sisa pembagian $s(x) = 13x - 14$ sehingga $f(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut.

$$(2x^3 - 6x^2 + 5x + 10) = (x^2 - 4)(2x - 6) + (13x - 14)$$

Jadi, hasil bagi $h(x) = 2x - 6$ dan sisa pembagian $s(x) = 13x - 14$

Catatan

Jika polinomial yang dibagi berderajat n dan pembaginya berderajat m , maka diperoleh:

- ✚ Hasil bagi berderajat $n - m$
- ✚ Sisa pembagian berderajat $m - 1$ (derajat dari sisa pembagian kurang satu dari derajat pembagi)

b. Cara Skema Horner

Pembagian polinomial dengan cara skema Horner hanya dapat digunakan untuk pembagi yang dapat difaktorkan. Misalkan polinomial $f(x)$ dibagi oleh bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ yang dapat difaktorkan. Kita dapat menentukan hasil bagi dan sisa pembagian dengan cara skema Horner, yuk perhatikan langkah-langkahnya

Langkah-langkah pembagian polinomial dengan cara skema Horner

1. Misalkan $ax^2 + bx + c$ dapat difaktorkan dan ditulis sebagai $a(x - k_1)(x - k_2)$, dengan $a \neq 0$
2. Langkah awal, kita bagi $f(x)$ dengan $(x - k_1)$. Pada langkah ini diperoleh $f(x) \equiv (x - k_1)h_1(x) + s_1$
3. Hasil bagi $h_1(x)$ dibagi lagi dengan $(x - k_2)$. Pada langkah ini diperoleh $h_1(x) \equiv (x - k_2)h_2(x) + s_2$
4. Substitusi $h_1(x)$ ke bentuk persamaan $f(x)$, diperoleh:

$$f(x) \equiv (x - k_1)[(x - k_2)h_2(x) + s_2] + s_1$$

$$f(x) \equiv (x - k_1)(x - k_2)h_2(x) + s_2(x - k_1) + s_1$$

$$f(x) \equiv a(x - k_1)(x - k_2)\frac{h_2(x)}{a} + s_2(x - k_1) + s_1$$



c. Cara Skema Horner - Kino

Skema Horner - kino dicetuskan oleh Sukino, Horner kino merupakan pengembangan dari skema Horner kino. Pada skema Horner terbatas untuk pembagi yang bias difaktorkan sedangkan untuk skema Horner kino dapat diterapkan untuk pembagi apapun.

Anak-anakku untuk lebih memahami pembagian polinomial oleh bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ dengan cara skema Horner atau skema Horner kino, yuk kita perhatikan beberapa contoh soal berikut.

Contoh Soal

Tentukan hasil bagi dan sisa pembagian dari polinomial $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$ oleh $x^2 - x - 2$ dengan cara:

- a. Skema Horner
- b. Skema Horner-Kino

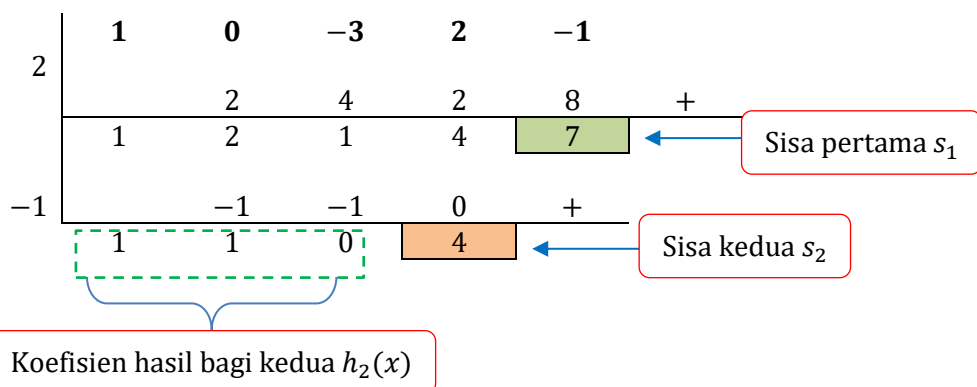
Pembahasan:

Nyatakan polinomial $f(x)$ ke dalam pangkat turun sebagai berikut

$$f(x) = x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

a. Skema Horner

Pembagi $x^2 - x - 2$ dapat difaktorkan menjadi $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$ hal ini berarti $k_1 = 2$ dan $k_2 = -1$



Berdasarkan pembagian menggunakan skema Horner diperoleh:

Hail bagi : $h(x) = x^2 + x + 0$

Sisa pertama : $s_1 = 7$

Sisa kedua : $s_2 = 4$

Sisa pembagian :

$$\begin{aligned} s(x) &= s_2(x - k_1) + s_1 \\ &= 4(x - 2) + 7 \\ &= 4x - 8 + 7 \\ &= 4x - 1 \end{aligned}$$

Jadi, hasil bagi $h(x) = x^2 + x$ dan sisa pembagian $s(x) = 4x - 1$

b. Skema Horner-Kino

	1	0	-3	2	-1	← Koefisien $f(x)$
2	*	*	2	2	0	
1	*	1	1	0	*	+
	1	1	0	4	-1	← Sisa $s(x)$

Koefisien hasil bagi $h(x)$

Keterangan:

- Perhatikan pembagi $x^2 - x - 2$
- Baris 2 kolom paling kiri: $-\left(\frac{-2}{1}\right) = 2$, kolom 1 dan kolom 2 tidak diproses dan diberi tanda *
- Baris 3 kolom paling kiri: $-\left(\frac{-1}{1}\right) = 1$, kolom 1 dan kolom 5 tidak diproses dan diberi tanda *

Jadi, hasil bagi $h(x) = x^2 + x$ dan sisa pembagian $s(x) = 4x - 1$

Teorema Sisa

1. Teorema Sisa untuk Pembagi Bentuk Linier $(x - k)$

Jika suatu polinomial $f(x)$ dibagi oleh $(x - k)$, maka akan diperoleh hasil bagi $h(x)$ dan sisi pembagian s , yang memenuhi hubungan

$$f(x) = (x - k) \cdot h(x) + s$$

Karena pembagi berderajat 1 yaitu $(x - k)$, maka sisa pembagi s maksimum berderajat nol, yaitu sebuah konstanta. Sisa pembagian s dapat ditentukan dengan menggunakan teorema berikut.

Jika polinomial $f(x)$ berderajat n dibagi dengan $(x - k)$, maka sisa pembagian s ditentukan oleh $s = f(k)$

Bukti :

Anak-anakku untuk membuktikan teorema di atas, kita perhatikan derajat pembagi $(x - k)$ adalah 1, karena derajat pembagi 1 maka sisa pembagiannya berderajat 0 yang merupakan suatu konstanta s sehingga diperoleh:

$$f(x) = (x - k)h(x) + s$$

Untuk $x = k$ maka

$$\begin{aligned} f(k) &= (k - k)h(k) + s \\ &= 0 \cdot h(k) + s \end{aligned}$$

$$= 0 + s$$

$$= s$$

Terbukti sisa = $s = f(k)$

Berikut merupakan contoh soal penggunaan teorema sisa untuk pembagi bentuk linear $(x - k)$, yuk kita simak

Contoh Soal 1

Sisa pembagian jika suku banyak $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x + 8$ dibagi oleh $(x + 2)$ adalah ...

Pembahasan:

Suku banyak $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x + 8$ dibagi oleh $(x + 2) \rightarrow x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$, karena pembagi berbentuk linear maka menurut teorema sisa diperoleh sisa $s = f(-2)$

Substitusi $x = -2$ ke suku banyak $f(x)$

$$\begin{aligned} s &= f(-2) \\ &= 2(-2)^3 - 4(-2)^2 + (-2) + 8 \\ &= 2(-8) - 4(4) - 2 + 8 \\ &= -16 - 16 - 2 + 8 \\ &= -26 \end{aligned}$$

Jadi, sisa pembagian $f(x)$ oleh $(x + 2)$ adalah -26

Contoh Soal 2

Diketahui $f(x) = 3x^3 + (4 + m)x^2 + mx + 6$. Tentukan nilai m agar $f(x)$ dibagi oleh $(x + 2)$ memberikan sisa -10

Pembahasan:

$$f(x) = 3x^3 + (4 + m)x^2 + mx + 6$$

Jika $f(x)$ dibagi oleh $(x + 2)$, maka menurut teorema sisa berlaku

$$\begin{aligned} s &= f(-2) \\ &= 3(-2)^3 + (4 + m)(-2)^2 + m(-2) + 6 \\ &= 3(-8) + (4 + m)(4) - 2m + 6 \\ &= -24 + 16 + 4m - 2m + 6 \\ &= -2 + 2m \end{aligned}$$

Diketahui sisa $s = -10$ maka

$$\begin{aligned} -2 + 2m &= -10 \\ 2m &= -10 + 2 \\ 2m &= -8 \\ m &= \frac{-8}{2} \\ m &= -4 \end{aligned}$$

Jadi, nilai m adalah -4

2. Teorema Sisa untuk Pembagi Bentuk Linier $(ax + b)$

Jika suatu polinomial $f(x)$ dibagi oleh $(ax + b)$, maka akan diperoleh hasil bagi $\frac{h(x)}{a}$ dan sisi pembagian s , yang memenuhi hubungan

$$f(x) = (ax + b) \cdot \frac{h(x)}{a} + s$$

Sisa pembagian s ditentukan menggunakan teorema berikut ini.

Jika polinomial $f(x)$ berderajat n dibagi dengan $(ax + b)$, maka sisa pembagian s ditentukan oleh $s = f\left(-\frac{b}{a}\right)$

Bukti:

Anak-anakku untuk membuktikan teorema di atas, perhatikan derajat pembagi $(ax + b)$ adalah 1. Karena derajat pembagi 1, maka sisa pembagiannya berderajat 0 dan berupa konstanta s sehingga diperoleh:

$$f(x) = (ax + b)h(x) + s$$

Untuk $x = -\frac{b}{a}$, maka berlaku

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{b}{a}\right) &= \left(a \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) + b\right) \cdot h\left(-\frac{b}{a}\right) + s \\ &= (-b + b) \cdot h\left(-\frac{b}{a}\right) + s \\ &= 0 \cdot h\left(-\frac{b}{a}\right) + s \\ &= 0 + s \\ &= s \end{aligned}$$

Terbukti, sisa = $s = f\left(-\frac{b}{a}\right)$

Berikut merupakan contoh soal penggunaan teorema sisa untuk pembagi bentuk linear $(ax + b)$, yuk kita simak

Contoh Soal

Sisa pembagian jika suku banyak $f(x) = 2x^3 - x^2 + x - 2$ dibagi oleh $(2x - 1)$ adalah ...

Pembahasan:

Suku banyak $f(x) = 2x^3 - x^2 + x - 2$ dibagi oleh $(2x - 1) \rightarrow 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$, karena pembagi berbentuk linear maka menurut teorema sisa diperoleh sisa $s = f\left(\frac{1}{2}\right)$

Substitusi $x = \frac{1}{2}$ ke suku banyak $f(x)$

$$\begin{aligned} s &= f\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - 2 \\ &= 2\left(\frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} - 2 \\ &= \frac{2}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2 \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2 \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \\ &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Jadi, sisa pembagian $f(x)$ oleh $(2x - 1)$ adalah $-\frac{3}{2}$

3. Teorema Sisa untuk Pembagi Bentuk $(x - a)(x - b)$

Jika pembagi bentuk kuadrat tidak dapat difaktorkan, maka sisa pembagian tidak dapat diperoleh dengan teorema sisa, tetapi harus menggunakan cara pembagian bersusun.

Pembagian polinomial $f(x)$ oleh $(x - a)(x - b)$ memberikan hasil bagi $h(x)$ dan sisa pembagian $s(x)$, yang memenuhi hubungan:

$$f(x) = (x - a)(x - b)h(x) + s(x)$$

Karena $(x - a)(x - b)$ berderajat 2, maka sisa pembagiannya maksimal berderajat 1, misalkan $s(x) = px + q$, maka hubungan di atas menjadi

$$f(x) = (x - a)(x - b)h(x) + (px + q)$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh:

Sisa pembagian polinomial $f(x)$ oleh $(x - a)(x - b)$ adalah $s(x) = px + q$ dengan $f(a) = pa + q$ dan $f(b) = pb + q$

Bukti:

Derajat pembagi polinomial $(x - a)(x - b)$ adalah 2, maka sisa pembagiannya berderajat 1 yaitu $s(x) = px + q$ sehingga diperoleh:

$$f(x) = (x - a)(x - b)h(x) + s(x)$$

$$f(x) = (x - a)(x - b)h(x) + (px + q)$$

Untuk $x = a$ diperoleh

$$\begin{aligned} f(a) &= (a - a)(x - b)h(a) + (pa + q) \\ &= 0(x - b)h(a) + (pa + q) \\ &= 0 + (pa + q) \\ &= pa + q \end{aligned}$$

$$\therefore f(a) = pa + q$$

Untuk $x = b$ diperoleh

$$\begin{aligned} f(b) &= (b - a)(b - b)h(b) + (pb + q) \\ &= (b - a) \cdot 0 \cdot h(b) + (pb + q) \\ &= 0 + (pb + q) \\ &= pb + q \end{aligned}$$

$$\therefore f(b) = pb + q$$

Terbukti: sisa $s(x) = px + q$ dengan $f(a) = pa + q$ dan $f(b) = pb + q$

Anak-anakku agar kita lebih memahami penggunaan teorema sisa untuk pembagi $(x - a)(x - b)$ mari kita pahami contoh soal berikut.

Contoh Soal

Suku banyak $f(x)$ jika dibagi $(x + 2)$ sisanya 12 dan jika dibagi $(x - 3)$ sisanya -3 . Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi oleh $(x + 2)(x - 3)$!

Pembahasan:

Pembagi $(x + 2)(x - 3)$ berderajat 2, maka sisanya $s(x)$ berderajat 1.

Misal $s(x) = px + q$

$f(x)$ dibagi $(x + 2)(x - 3)$, maka dapat ditulis :

$$\begin{aligned} f(x) &= (x + 2)(x - 3) \cdot h(x) + s(x) \\ &= (x + 2)(x - 3) \cdot h(x) + (px + q) \end{aligned}$$

$f(x)$ dibagi $(x + 2)$ bersisa 12, maka $f(-2) = 12$, sehingga :

$$\begin{aligned} f(-2) &= 12 \\ (-2 + 2)(-2 - 3) \cdot h(-2) + (p(-2) + q) &= 12 \\ 0 \cdot (-5) \cdot h(-2) + (-2p + q) &= 12 \\ 0 + (-2p + q) &= 12 \\ -2p + q &= 12 \end{aligned}$$

Diperoleh persamaan $-2p + q = 12$ merupakan persamaan (i)

$f(x)$ dibagi $(x - 3)$ bersisa -3 , maka $f(3) = -3$, sehingga:

$$\begin{aligned} f(3) &= -3 \\ (3 + 2)(3 - 3)h(3) + (p(3) + q) &= -3 \\ 5 \cdot 0 \cdot h(3) + (3p + q) &= -3 \\ 0 + 3p + q &= -3 \\ 3p + q &= -3 \end{aligned}$$

Diperoleh persamaan $3p + q = -3$ merupakan persamaan (ii)

Eliminasi q pada persamaan (i) dan (ii) untuk mencari nilai p

$$\begin{array}{r} -2p + q = 12 \\ 3p + q = -3 \quad - \\ \hline -5p = 15 \\ -p = \frac{15}{-5} \\ -p = 3 \\ \mathbf{p = -3} \end{array}$$

Substitusi nilai $p = -3$ ke persamaan (i)

$$\begin{aligned} -2p + q &= 12 \\ -2(-3) + q &= 12 \\ 6 + q &= 12 \\ q &= 12 - 6 \\ \mathbf{q = 6} \end{aligned}$$

Diperoleh sisa pembagian

$$\begin{aligned} s(x) &= px + q \\ &= -3x + 6 \end{aligned}$$

Jadi, sisa pembagiannya adalah $s(x) = -3x + 6$

Teorema Faktor

Anda telah mengetahui bahwa faktor-faktor dari 6 adalah 1, 2, 3, dan 6. Bilangan 2 termasuk faktor dari 6 karena **6 dapat dibagi habis oleh 2** atau **pembagian 6 oleh 2 tidak memberikan sisa** (sisanya = 0). Hal ini dapat ditulis :

$$\frac{6}{2} = 3 + 0$$

atau $6 = 2 \times 3 + 0$ dimana 0 adalah sisa pembagian.

Hal tersebut juga berlaku pada suku banyak. Sebagai contoh, $(x + 1)$ adalah faktor dari $f(x) = x^2 - 5x - 6$, karena pembagian $f(x) = x^2 - 5x - 6$ oleh $(x + 1)$ memberikan sisa 0. Hal ini dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{x^2 - 5x - 6}{(x + 1)} = (x - 6) + 0$$

atau

$$x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x - 6) + 0, \text{ dimana } 0 \text{ adalah sisa}$$

Misalkan suku banyak $f(x)$ dibagi oleh $(x - k)$ memberikan hasil bagi $h(x)$ dan sisa $s(x)$. Jika $(x - k)$ merupakan faktor dari suku banyak $f(x)$, maka pembagian $f(x)$ oleh $(x - k)$ tidak memberikan sisa atau $s(x) = 0$. Secara umum disimpulkan bahwa jika $(x - k)$ merupakan faktor dari suku banyak $f(x)$, maka dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$f(x) = (x - k) \cdot h(x)$$

Teorema Faktor

1. Suatu fungsi suku banyak $f(x)$ memiliki faktor $(x - k)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$
2. Suatu fungsi suku banyak $f(x)$ memiliki faktor $(ax + b)$ jika dan hanya jika $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$

Bukti 1 :**Pertama :**

Membuktikan bahwa “ jika $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$, maka $f(k) = 0$ ”
 $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$, maka dari pengertian faktor dapat ditulis :

$$f(x) = (x - k) \cdot h(x)$$

dimana $h(x)$ adalah hasil bagi.

Untuk $x = k$, maka :

$$\begin{aligned} f(k) &= (k - k) \cdot h(k) \\ &= 0 \cdot h(k) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Jadi, terbukti $f(k) = 0$

Kedua :

Membuktikan bahwa “ jika $f(k) = 0$, maka $(x - k)$ merupakan faktor dari $f(x)$ ”

Menurut teorema sisa, pembagian $f(x)$ oleh $(x - k)$ memberikan sisa $s = f(k)$, sehingga dapat dituliskan :

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - k) \cdot h(x) + s \\ f(x) &= (x - k) \cdot h(x) + f(k) \end{aligned}$$

Jika $f(k) = 0$, maka :

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - k) \cdot h(x) + 0 \\ f(x) &= (x - k) \cdot h(x) \end{aligned}$$

artinya $(x - k)$ adalah faktor dari $f(x) \rightarrow$ berdasarkan definisi faktor. (terbukti).

Dari tahap pertama dan kedua, terbukti bahwa “suatu fungsi suku banyak $f(x)$ memiliki faktor $(x - k)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$ ”

Dengan cara yang sama, kalian dapat membuktikan teorema faktor yang kedua.

Anak-anakku untuk lebih memahami penggunaan teorema faktor, mari kita pahami beberapa contoh soal berikut.

**Contoh Soal**

Tunjukkan bahwa $(x - 1)$ dan $(x + 1)$ merupakan faktor dari $x^3 - 5x^2 - x + 5$!

Pembahasan:

Misalkan $f(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5$. Untuk menunjukkan bahwa $(x - 1)$ adalah faktor dari $f(x)$, cukup ditunjukkan $f(1) = 0$ berdasarkan teorema faktor

$$\begin{aligned} f(1) &= (1)^3 - 5 \cdot (1)^2 - (1) + 5 \\ &= 1 - 5 \cdot 1 - 1 + 5 \\ &= 1 - 5 - 1 + 5 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Jadi, $(x - 1)$ adalah faktor dari $f(x)$.

Demikian juga untuk $(x + 1)$, cukup ditunjukkan bahwa $f(-1) = 0$ berdasarkan teorema faktor

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 - 5(-1)^2 - (-1) + 5 \\ &= -1 - 5(1) + 1 + 5 \\ &= -1 - 5 + 1 + 5 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Jadi, $(x + 1)$ adalah faktor dari $f(x)$.



Contoh Soal

Tentukan nilai p sehingga $x^3 - x^2 + px - 15$ mempunyai faktor $(x - 3)$.

Pembahasan:

Misalkan $f(x) = x^3 - x^2 + px - 15$

$(x - 3)$ merupakan faktor dari $f(x)$, berdasarkan teorema faktor $f(3) = 0$ sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} f(3) &= 0 \\ (3)^3 - (3)^2 + p(3) - 15 &= 0 \\ 27 - 9 + 3p - 15 &= 0 \\ 3p + 3 &= 0 \\ 3p &= -3 \\ p &= -\frac{3}{3} \\ p &= -1 \end{aligned}$$

Jadi, nilai p adalah -1 .

C. Rangkuman

Berdasarkan uraian materi pada kegiatan pembelajaran 2, dapat disimpulkan:

- Misalkan suku banyak $f(x)$ dibagi oleh $p(x)$ menghasilkan $h(x)$ dan sisanya $s(x)$, maka dapat ditulis $f(x) = p(x) \cdot h(x) + s(x)$
- Proses pembagian suku banyak dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu cara bersusun dan cara sintetik (cara Horner)
- Pembagian polinomial $f(x)$ dengan pembagi $(x - k)$ menghasilkan hasil bagi $h(x)$ dan sisa $s(x)$ berderajat nol atau $s(x) = \text{konstanta}$, dituliskan sebagai berikut.

$$f(x) = (x - k) \cdot h(x) + s(x)$$

- Jika polinomial $f(x)$ dibagi $(ax + b)$ memberikan hasil bagi $h(x)$ dan sisa s , maka diperoleh hubungan:

$$f(x) = (ax + b) \frac{h(x)}{a} + s$$

Hasil bagi $f(x)$ oleh $(ax + b)$ adalah $\frac{h(x)}{a}$

Sisa pembagian s adalah $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

- Menentukan derajat hasil bagi dan sisa pada pembagian polinomial $f(x)$ dengan pembagi bentuk linear $(x - k)$ atau $(ax + b)$ berlaku:
 - Derajat hasil bagi $h(x)$ maksimum **satu lebih kecil** dari pada derajat suku banyak $f(x)$.
 - Derajat sisa s maksimum **satu lebih kecil** dari pada derajat pembagi.

6. Pembagian Suku Banyak oleh Bentuk Kuadrat $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$

Jika polinomial $f(x)$ dibagi dengan $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$, maka hasil bagi dan sisa pembagian polinomial dapat ditentukan dengan cara pembagian bersusun, skema Horner, dan skema Horner kino.

a. Cara Bersusun

Secara umum, algoritma pembagian suku banyak $f(x)$ oleh bentuk kuadrat $(ax^2 + bx + c)$ dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$f(x) = (ax^2 + bx + c) h(x) + s(x)$$

b. Cara Skema Horner

Pembagian polinomial dengan cara skema Horner hanya dapat digunakan untuk pembagi yang dapat difaktorkan. Misalkan polinomial $f(x)$ dibagi oleh bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$ yang dapat difaktorkan. Kita dapat menentukan hasil bagi dan sisa pembagian dengan cara skema Horner, yuk perhatikan langkah-langkahnya

- Langkah-langkah pembagian polinomial dengan cara skema Horner
1. Misalkan $ax^2 + bx + c$ dapat difaktorkan dan ditulis sebagai $a(x - k_1)(x - k_2)$, dengan $a \neq 0$
 2. Langkah awal, kita bagi $f(x)$ dengan $(x - k_1)$. Pada langkah ini diperoleh $f(x) \equiv (x - k_1)h_1(x) + s_1$
 3. Hasil bagi $h_1(x)$ dibagi lagi dengan $(x - k_2)$. Pada langkah ini diperoleh $h_1(x) \equiv (x - k_2)h_2(x) + s_2$
 4. Substitusi $h_1(x)$ ke bentuk persamaan $f(x)$, diperoleh:

$$f(x) \equiv a(x - k_1)(x - k_2) \frac{h_2(x)}{a} + s_2(x - k_1) + s_1$$

c. Cara Skema Horner - Kino

Skema Horner - kino dicetuskan oleh Sukino, Horner kino merupakan pengembangan dari skema Horner kino. Pada skema Horner terbatas untuk pembagi yang bias difaktorkan sedangkan untuk skema Horner kino dapat diterapkan untuk pembagi apapun.

7. Jika polinomial yang dibagi berderajat n dan pembaginya berderajat m , maka diperoleh:
 - ✚ Hasil bagi berderajat $n - m$
 - ✚ Sisa pembagian berderajat $m - 1$ (derajat dari sisa pembagian kurang satu dari derajat pembagi)
8. **Teorema Sisa untuk Pembagi Bentuk Linier $(x - k)$**

Jika polinomial $f(x)$ berderajat n dibagi dengan $(x - k)$, maka sisa pembagian s ditentukan oleh $s = f(k)$

9. **Teorema Sisa untuk Pembagi Bentuk Linier $(ax + b)$**

Jika polinomial $f(x)$ berderajat n dibagi dengan $(ax + b)$, maka sisa pembagian s ditentukan oleh $s = f(-\frac{b}{a})$

10. **Teorema Sisa untuk Pembagi Bentuk $(x - a)(x - b)$**

Sisa pembagian polinomial $f(x)$ oleh $(x - a)(x - b)$ adalah $s(x) = px + q$ dengan $f(a) = pa + q$ dan $f(b) = pb + q$

11. **Teorema Faktor**

1. Suatu fungsi suku banyak $f(x)$ memiliki faktor $(x - k)$ jika dan hanya jika $f(k) = 0$
2. Suatu fungsi suku banyak $f(x)$ memiliki faktor $(ax + b)$ jika dan hanya jika $f(-\frac{b}{a}) = 0$

D. Latihan Soal

Anak-anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap pembagian pada polinomial, teorema sisa, dan teorema faktor kerjakan soal latihan berikut:

- Hasil bagi dan sisa pembagian polinomial $(9x^3 + 5x^2 - 2x + 3)$ oleh $(x + 1)$ adalah ...
 - $9x^2 + 4x - 1$ dan 2
 - $9x^2 + 4x - 1$ dan -2
 - $9x^2 - 4x + 2$ dan 1
 - $9x^2 - 4x + 1$ dan 2
 - $9x^2 - 4x + 1$ dan 1
- Jika $2x^3 - 5x^2 - kx + 18$ dibagi $x - 1$ mempunyai sisa 5, nilai k adalah ...
 - -15
 - -10
 - 0
 - 5
 - 10
- Hasil bagi dan sisa pembagian jika suku banyak $f(x) = 3x^3 + x^2 + x + 2$ dibagi oleh $(3x - 2)$ berturut-turut adalah ...
 - $3x^2 + 3x + 3$ dan 4
 - $3x^2 - x - 1$ dan 4
 - $x^2 - x + 1$ dan -4
 - $x^2 + x + 1$ dan 4
 - $x^2 + x - 1$ dan 3
- Hasil bagi dan sisa pembagian jika suku banyak $f(x) = x^4 - 3x^3 - 5x^2 + x - 6$ dibagi oleh $x^2 - x - 2$ berturut-turut adalah ...
 - $x^2 + 2x + 5$ dan $-8x - 16$
 - $x^2 - 2x + 5$ dan $8x + 16$
 - $x^2 - 2x - 5$ dan $-8x + 16$
 - $x^2 + 2x + 5$ dan $-8x + 16$
 - $x^2 - 2x - 5$ dan $-8x - 16$
- Hasil bagi polinomial $(8x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 9x - 6)$ oleh $(2x^2 - 3x + 5)$ adalah ...
 - $4x^2 + 16x - 6$
 - $4x^2 + 8x + 3$
 - $4x^2 + 8x - 3$
 - $4x^2 - 8x + 3$
 - $4x^2 - 8x - 3$
- Sisa pembagian polinomial $2x^4 + 3x^3 - x^2 - 8x + 5$ oleh $(x - 2)$ adalah ...
 - 41
 - 36
 - 30
 - 25
 - 17
- Jika $f(x) = 2x^3 + ax^2 + 20x + 10$ dibagi oleh $(2x - 1)$ bersisa 18, nilai a adalah ...
 - 18
 - 9
 - 5

- D. -9
E. -19
8. Jika suku banyak $f(x) = x^4 + 3x^2 + x^2 - (p + 1)x + 1$ dibagi oleh $(x - 2)$ sisanya adalah 35. Nilai p adalah ...
A. 4
B. 3
C. 0
D. -3
E. -4
9. Sebuah polinomial jika dibagi $(x - 4)$ bersisa 5 dan jika dibagi $(x - 3)$ bersisa -2 . Jika polinomial tersebut dibagi $x^2 - 7x + 12$, maka sisanya adalah ...
A. $-7x + 23$
B. $-7x - 23$
C. $7x + 23$
D. $7x - 23$
E. $23x + 7$
10. Salah satu faktor dari $f(x) = x^3 + ax^2 - x - 2$ adalah $(x + 2)$. Salah satu faktor lainnya dari $f(x)$ adalah ...
A. $x - 1$
B. $x - 2$
C. $x - 3$
D. $x + 3$
E. $x + 4$

Pembahasan dan Kunci Jawaban

No.	Pembahasan	Skor
1.	<p>Misalkan $f(x) = 9x^3 + 5x^2 - 2x + 3$ dibagi oleh $(x + 1)$ Untuk mencari hasil bagi dan sisa pembagian, kita bisa menggunakan cara skema horner berikut.</p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-left: 100px;"> $\begin{array}{r rrrr} -1 & 9 & 5 & -2 & 3 \\ & * & -9 & 4 & -2 & + \\ \hline & 9 & -4 & 2 & 1 & \end{array}$ </p> <p style="margin-left: 100px;"> Koefisien hasil bagi $h(x)$ Sisa (s) </p> </div> <p>Dari pembagian dengan skema Horner di atas, diperoleh: Hasil bagi : $h(x) = 9x^2 - 4x + 2$ Sisa pembagian : $s = 1$ Jadi, hasil bagi dan sisa berturut-turut adalah $9x^2 - 4x + 2$ dan 1 Jawaban: C</p>	10
2.	<p>Polinomial $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - kx + 18$ dibagi $(x - 1)$ mempunyai sisa 5, artinya $p(1) = 5$ Substitusi $x = 1$ ke $p(x)$</p> $\begin{aligned} p(1) &= 5 \\ 2(1)^3 - 5(1)^2 - k(1) + 18 &= 5 \\ 2(1) - 5(1) - k + 18 &= 5 \\ 2 - 5 - k + 18 &= 5 \\ -k + 15 &= 5 \\ -k &= 5 - 15 \\ -k &= -10 \\ k &= 10 \end{aligned}$ <p>Jadi, nilai k yang memenuhi adalah 10 Jawaban: E</p>	10
3.	<p>Diketahui $f(x) = 3x^3 + x^2 + x + 2$ dibagi oleh $(3x - 2)$ Untuk menentukan hasil bagi dan sisa pembagian kita bisa menggunakan skema Horner Pembagi bentuk linear $(3x - 2)$ artinya $3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$</p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-left: 100px;"> $\begin{array}{r rrrr} \frac{2}{3} & 3 & 1 & 1 & 2 \\ & & 2 & 2 & 2 & + \\ \hline & 3 & 3 & 3 & 4 & \end{array}$ </p> <p style="margin-left: 100px;"> Koefisien hasil bagi $h(x)$ Sisa (s) </p> </div> <p>Dari pembagian dengan skema horner di atas, diperoleh: Hasil bagi : $h(x) = \frac{3x^2 + 3x + 3}{3} = x^2 + x + 1$ Sisa pembagian : $s = 4$</p>	10

No.	Pembahasan	Skor																																			
	<p>Jadi, hasil bagi dan sisa berturut-turut adalah $x^2 + x + 1$ dan 1 Jawaban: D</p>																																				
4.	<p>Diketahui $f(x) = x^4 - 3x^3 - 5x^2 + x - 6$ dibagi oleh $x^2 - x - 2$ Karena pembagi berderajat 2 maka untuk mempermudah mencari hasil bagi dan sisa pembagian kita dapat menggunakan skema Horner-Kino berikut.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-6</td> <td>← Koefisien $f(x)$</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-4</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-10</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td></td> </tr> <tr style="background-color: #e0ffe0;"> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-8</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-16</td> <td>← Sisa $s(x)$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"> Koefisien hasil bagi $h(x)$ </p> <p>Dari proses pembagian dengan skema Horner-Kino diperoleh: Hasil bagi : $h(x) = x^2 - 2x - 5$ Sisa pembagian : $s(x) = -8x - 16$ Jadi, hasil bagi dan sisa pembagian berturut-turut adalah $x^2 - 2x - 5$ dan $-8x - 16$ Jawaban: E</p>		1	-3	-5	1	-6	← Koefisien $f(x)$	2	*	*	2	-4	-10							+		1	*	1	-2	-5	*			1	-2	-5	-8	-16	← Sisa $s(x)$	10
	1	-3	-5	1	-6	← Koefisien $f(x)$																															
2	*	*	2	-4	-10																																
					+																																
1	*	1	-2	-5	*																																
	1	-2	-5	-8	-16	← Sisa $s(x)$																															
5.	<p>Misalkan $f(x) = 8x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 9x - 6$ dibagi oleh $2x^2 - 3x + 5$ Karena pembagi berderajat 2 maka untuk mempermudah mencari hasil bagi dan sisa pembagian kita dapat menggunakan skema Horner-Kino berikut.</p> <p>Pembagi $2x^2 - 3x + 5$ kita buat menjadi $2x^2 - 3x + 5 = 0$ $2x^2 = 3x - 5$ $x^2 = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$</p> <p>Diperoleh $k_1 = -\frac{5}{2}$ dan $k_2 = \frac{3}{2}$ Pembagian $f(x)$ dengan skema Horner-Kino</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-9</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-6</td> <td>← Koefisien $f(x)$</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">$-\frac{5}{2}$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-20</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-40</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-15</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">$\frac{3}{2}$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">12</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">24</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">9</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">*</td> <td></td> </tr> <tr style="background-color: #e0ffe0;"> <td></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">16</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">6</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-40</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-21</td> <td>← Sisa $s(x)$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"> Koefisien hasil bagi $h(x)$ </p> <p>Dari proses pembagian dengan skema Horner-Kino diperoleh:</p>		8	4	2	-9	-6	← Koefisien $f(x)$	$-\frac{5}{2}$	*	*	-20	-40	-15							+		$\frac{3}{2}$	*	12	24	9	*			8	16	6	-40	-21	← Sisa $s(x)$	10
	8	4	2	-9	-6	← Koefisien $f(x)$																															
$-\frac{5}{2}$	*	*	-20	-40	-15																																
					+																																
$\frac{3}{2}$	*	12	24	9	*																																
	8	16	6	-40	-21	← Sisa $s(x)$																															

No.	Pembahasan	Skor
	<p>Hasil bagi : $h(x) = \frac{8x^2+16x+6}{2} = 4x^2 + 8x + 3$ hasil bagi dibagi dengan koefisien x^2 dari pembagi</p> <p>Sisa pembagian : $s(x) = -40x - 21$</p> <p>Jadi, hasil bagi dan sisa pembagian berturut-turut adalah $4x^2 + 8x + 3$ dan $-40x - 21$</p> <p>Jawaban: B</p>	
6.	<p>Diketahui $p(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 - 8x + 5$ dibagi oleh $(x - 2)$</p> <p>Karena derajat pembagi $(x - 2)$ adalah , maka sisa pembagian berderajat 0 yaitu berupa konstanta. Dengan menggunakan teorema sisa $s = p(2)$ artinya substitusi $x = 2$ ke $p(x)$ sebagai berikut</p> $p(2) = 2(2)^4 + 3(2)^3 - (2)^2 - 8(2) + 5$ $= 2(16) + 3(8) - 4 - 16 + 5$ $= 32 + 24 - 4 - 16 + 5$ $= 41$ <p>Jadi, sisa pembagian adalah 41</p> <p>Jawaban: A</p>	10
7.	<p>Diketahui $f(x) = 2x^3 + ax^2 + 20x + 10$</p> <p>$f(x)$ dibagi $(2x - 1)$ bersisa 18.</p> <p>Berdasarkan teorema sisa, sisa pembagian $f(x)$ oleh $(2x - 1)$ adalah $s = f\left(\frac{1}{2}\right) = 18$ artinya</p> $f\left(\frac{1}{2}\right) = 18$ $2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 20\left(\frac{1}{2}\right) + 10 = 18$ $2\left(\frac{1}{8}\right) + a\left(\frac{1}{4}\right) + 10 + 10 = 18$ $\frac{1}{4} + \frac{a}{4} + 20 = 18$ $\frac{1}{4} + \frac{a}{4} = 18 - 20$ $\frac{1+a}{4} = -2$ $1+a = (-2) \cdot 4$ $1+a = -8$ $a = -8 - 1$ $a = -9$ <p>Jadi, nilai $a = -9$</p> <p>Jawaban: D</p>	10
8.	<p>Diketahui $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - (p + 1)x + 1$ dibagi oleh $(x - 2)$ sisanya 35</p> <p>Berdasarkan teorema sisa, jika $f(x)$ dibagi oleh $(x - 2)$, maka $s = f(2) = 35$ artinya</p>	10

No.	Pembahasan	Skor																		
	$-2p = -8$ $p = 4$ <p>Jadi, nilai $p = 4$ Jawaban: A</p>																			
9.	<p>Pembagi $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$ Pembagi berderajat dua maka sisanya berderajat satu. Berdasarkan teorema sisa maka $s(x) = px + q$ $s(4) = f(4) = 5 \rightarrow 4p + q = 5$ persamaan 1 $s(3) = f(3) = -2 \rightarrow 3p + q = -2$ persamaan 2 Eliminasi q pada persamaan 1 dan 2 untuk mencari nilai p</p> $\begin{array}{r} 4p + q = 5 \\ 3p + q = -2 \quad - \\ \hline p = 7 \end{array}$ <p>Substitusi $p = 7$ ke persamaan 1</p> $\begin{array}{r} 4p + q = 5 \\ 4(7) + q = 5 \\ 28 + q = 5 \\ q = 5 - 28 \\ q = -23 \end{array}$ <p>Sisa pembagian $s(x) = px + q \rightarrow s(x) = 7x - 23$ Jadi, sisa pembagian adalah $7x - 23$ Jawaban: D</p>	10																		
10.	<p>Diketahui $f(x) = x^3 + ax^2 - x - 2$ $(x + 2)$ faktor dari $f(x)$, berdasarkan teorema faktor $f(-2) = 0$ artinya $x = -2$ disubstitusi ke $f(x)$ sebagai berikut.</p> $\begin{array}{r} f(-2) = 0 \\ (-2)^3 + a(-2)^2 - (-2) - 2 = 0 \\ (-8) + a(4) + 2 - 2 = 0 \\ -8 + 4a = 0 \\ 4a = 8 \\ a = \frac{8}{4} \\ a = 2 \end{array}$ <p>Karena $a = 2$, sehingga $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ Untuk mencari faktor yang lain dari $f(x)$ kita bisa membagi $f(x)$ oleh $(x + 2)$ dengan menggunakan skema Horner berikut.</p> <div style="text-align: center;"> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: right;">-2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">*</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center; background-color: #d4edda;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">← Sisa (s)</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"> Koefisien hasil bagi $h(x)$ </p> </div> <p>Dari hasil pembagian dengan skema Horner diperoleh: Hasil bagi : $h(x) = (x^2 - 1)$ karena hasil bagi sudah berderajat dua, untuk mencari faktor yang lain, kita bisa memfaktorkan hasil bagi $h(x) = x^2 - 1$ menjadi $(x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$ Jadi, faktor yang lain dari $f(x)$ adalah $(x - 1)$ dan $(x + 1)$ Jawaban: A</p>	-2	1	2	-1	-2			*	-2	0	2	+		1	0	-1	0	← Sisa (s)	10
-2	1	2	-1	-2																
	*	-2	0	2	+															
	1	0	-1	0	← Sisa (s)															
Skor Total		100																		

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Skor}}{\text{Jumlah Skor Maksimum}} \times 100\%$$

Kriteria

- 90% - 100% = baik sekali
- 80% - 89% = baik
- 70% - 79% = cukup
- <70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian dapat menentukan pembagian polinomial oleh bentuk linear $(x - k)$?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan pembagian polinomial oleh bentuk linear $(ax + b)$?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan pembagian polinomial oleh bentuk kuadrat $ax^2 + bx + c$?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan sisa pembagian dengan teorema sisa?		
5.	Apakah kalian dapat menentukan faktor dari polinomial dengan teorema faktor?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

PERSAMAAN POLINOMIAL

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini diharapkan siswa dapat:

1. Memahami persamaan polinomial
2. Menentukan akar-akar persamaan polinomial
3. Menentukan jumlah akar-akar polinomial
4. Menentukan hasil kali akar-akar polinomial

B. Uraian Materi

Persamaan Polinomial

Persamaan polinomial merupakan kalimat terbuka yang nilai kebenarannya tergantung pada nilai variabel yang diberikan. Secara umum, persamaan polinomial dalam variabel x dapat dituliskan sebagai berikut.

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

Dengan $a_n \neq 0$ dan n bilangan asli

Penyelesaian polinomial merupakan nilai variabel yang membuat persamaan polinomial bernilai benar. Untuk lebih memahami penyelesaian polinomial mari kita simak contoh berikut

Contoh

Persamaan polinomial $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$

Untuk $x = 1$

$$(1)^3 - 4(1)^2 + 1 + 6 = 0$$

$$1 - 4 \cdot (1) + 1 + 6 = 0$$

$$1 - 4 + 1 + 6 = 0$$

$$4 = 0 \text{ (salah)}$$

Diperoleh $x = 1$ bukan merupakan penyelesaian persamaan polinomial

Untuk $x = 2$

$$(2)^3 - 4(2)^2 + 2 + 6 = 0$$

$$8 - 4 \cdot 4 + 2 + 6 = 0$$

$$8 - 16 + 2 + 6 = 0$$

$$0 = 0 \text{ (benar)}$$

Diperoleh $x = 2$ merupakan penyelesaian persamaan polinomial



Menentukan Akar-akar Persamaan Rasional

Menentukan akar-akar persamaan rasional dapat diartikan menentukan nilai variabel yang membuat persamaan polinomial bernilai benar. Menentukan akar-akar polinomial berderajat dua dapat dilakukan dengan pemfaktoran, melengkapi kuadrat sempurna, dan rumus abc. Sedangkan untuk menentukan akar-akar polinomial berderajat lebih dari dua, dapat digunakan pengertian dan langkah-langkah berikut.

1. Pengertian akar-akar Rasional

- Jika $\frac{b}{c}$ sebuah bilangan rasional pecahan dalam suku terendah, maka $\frac{b}{c}$ merupakan akar persamaan suku banyak:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0, a_n \neq 0$$

dengan koefisien-koefisien bilangan bulat, dimana b adalah faktor bulat dari a_0 dan c adalah faktor bulat dari a_n

Jika $\frac{b}{c}$ adalah akar rasional dari $6x^3 + 5x^2 - 3x - 2 = 0$, nilai b dibatasi sampai faktor dari 2, yaitu $\pm 1, \pm 2$, sedangkan nilai c dibatasi sampai faktor dari 6, yaitu: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

Jadi, akar rasional yang mungkin hanya: $\pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}$ dan $\pm \frac{2}{3}$.

- Jika persamaan $f(x) = 0$ mempunyai koefisien-koefisien bulat dengan koefisien pangkat tertinggi adalah satu dan lainnya dalam bentuk p seperti berikut.

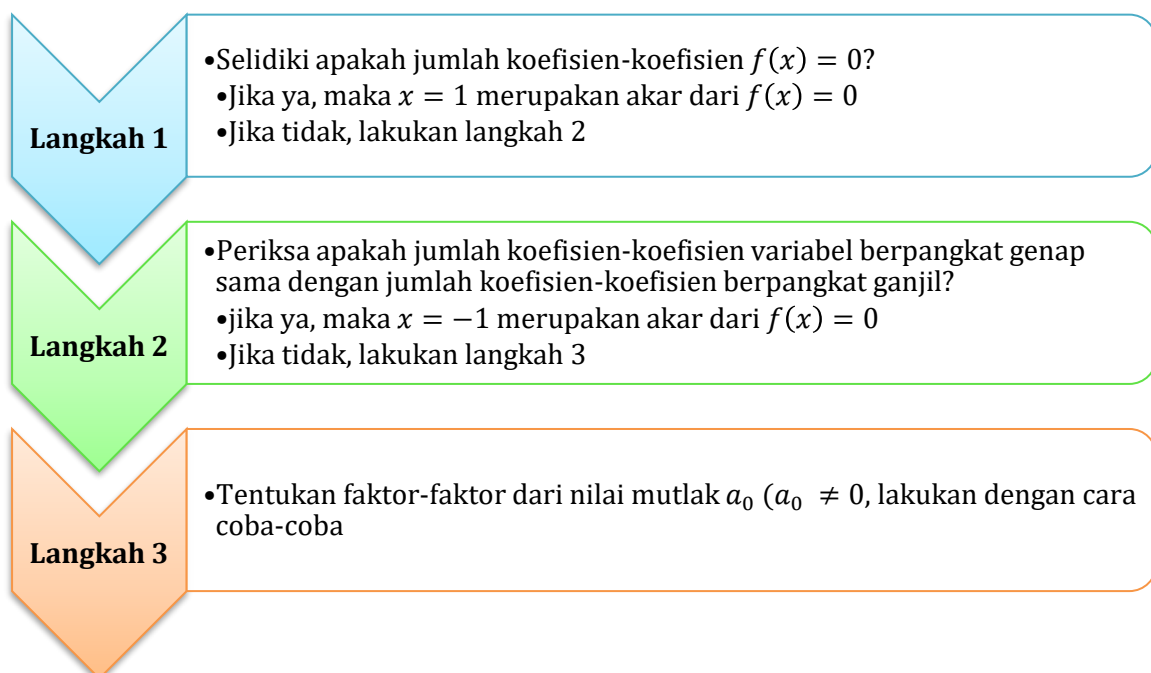
$$x^n + p_1 x^{n-1} + p_2 x^{n-2} + \dots + p_{n-1} x + p_n = 0$$

Maka setiap akar rasional dari $f(x) = 0$ adalah sebagai bilangan bulat dan sebuah faktor dari p_n .

Jadi, akar-akar rasional (jika ada) dari persamaan $x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = 0$ terbatas sampai faktor-faktor bulat dari 12, yaitu $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6$, dan ± 12

2. Menentukan akar-akar rasional persamaan suku banyak $f(x) = 0$

Langkah-langkah menentukan akar-akar rasional persamaan polinomial $f(x) = 0$ adalah sebagai berikut:



Anak-anakku, untuk lebih memahami cara menentukan akar-akar rasional dari persamaan polinomial $f(x) = 0$, mari kita simak contoh soal berikut.

Contoh Soal

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan polinomial

$$x^4 - 15x^2 - 10x + 24 = 0$$

Pembahasan:

Misalkan $f(x) = x^4 + 0x^3 - 15x^2 - 10x + 24$

Untuk menentukan himpunan penyelesaian dari polinomial $f(x)$ ikuti langkah-langkah berikut

- Langkah 1

Jumlahkan koefisien-koefisien $f(x)$, yaitu:

Koefisien x^4 : 1

Koefisien x^3 : 0

Koefisien x^2 : -15

Koefisien x : -10

Koefisien x^0 atau konstanta : 24

Jumlah koefisien-koefisien $f(x) = 1 + 0 + (-15) + (-10) + 24 = 0$

Karena jumlah koefisien-koefisien $f(x) = 0$ maka $x = 1$ merupakan akar dari persamaan polinomial $f(x) = 0$

Untuk mencari akar yang lain, kita bias gunakan skema horner berikut.

	1	0	-15	-10	24	
1	*	1	1	-14	-24	+
	1	1	-14	-24	0	

Koefisien hasil bagi $h(x)$

Dari pembagian dengan skema horner diperoleh hasil bagi $h(x) = x^3 + x^2 - 14x - 24$

- Lakukan langkah 1 lagi pada hasil bagi $h(x) = x^3 + x^2 - 14x - 24$

Koefisien-koefisien dari $h(x)$ yaitu:

Koefisien x^3 : 1

Koefisien x^2 : 1

Koefisien x : -14

Koefisien x^0 atau konstanta : -24

Jumlahkan koefisien-koefisien pada $h(x)$

$$= 1 + 1 - 14 - 24$$

$$= -36$$

Karena jumlah koefisien $h(x) = -36 \neq 0$ maka lakukan langkah 2

- Langkah 2 untuk menentukan faktor dari $h(x)$

Jumlahkan koefisien berpangkat ganjil dan koefisien berpangkat genap

Koefisien pangkat ganjil yaitu :

Koefisien x^3 : 1

Koefisien x : -14

Jumlah koefisien pangkat ganjil = $1 + (-14) = -13$

Koefisien pangkat genap yaitu:

Koefisien x^2 : 1

Koefisien x^0 atau konstanta : -24

Jumlah koefisien pangkat genap = $1 + (-24) = -23$

Karena jumlah koefisien pangkat ganjil (-13) \neq jumlah koefisien pangkat genap (-23) maka lanjutkan ke langkah 3

- Langkah 3

Perhatikan nilai mutlak konstanta yaitu $a_0 = |a_0| = |24|$

Faktor dari 24 adalah $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \text{ dan } \pm 24$

Karena $x = \pm 1$ bukan merupakan akar dari $h(x)$, maka nilai $x = \pm 1$ tidak perlu dicoba lagi dengan skema horner

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -2 & 1 & 1 & -14 & -24 \\
 & * & -2 & 2 & 24 & + \\
 \hline
 & 1 & -1 & -12 & 0 & \leftarrow \text{Sisa (s)}
 \end{array}$$

Koefisien hasil bagi $h(x)$

$\therefore x = -2$ merupakan akar dari $h(x) = 0$ dengan hasil bagi = $x^2 - x - 12$

Untuk mencari akar yang lain, kita dapat memfaktorkan hasil bagi $x^2 - x - 12$ sebagai berikut

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = -3$$

Akar-akar persamaan $x^4 - 15x^2 - 10x + 24 = 0$ adalah -3, -2, 1, dan 4

Jadi, HP dari persamaan suku banyak itu adalah $\{-3, -2, 1, 4\}$

Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar Persamaan Polinomial

Jumlah dan hasil kali akar-akar suatu polinomial dapat ditentukan tanpa harus mencari akar-akarnya terlebih dahulu. Jumlah dan hasil kali akar-akar polinomial dijelaskan dalam teorema berikut.

Misalkan $x_1, x_2,$ dan x_3 adalah akar - akar persamaan suku banyak berderajat tiga

$$f(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \dots (1)$$

Maka persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentuk :

$$\begin{aligned}
 A(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) &= 0 \\
 A[x_2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2](x - x_3) &= 0 \\
 A[x_3 - x_2x_3 - (x_1 + x_2)x_2 + x_3(x_1 + x_2)x + x_1x_2x - x_1x_2x_3] &= 0 \\
 A[x_3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3] &= 0 \\
 Ax^3 - A(x_1 + x_2 + x_3)x^2 + A(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - Ax_1x_2x_3 &= 0 \dots (2)
 \end{aligned}$$

Ruas kiri persamaan (1) dan (2) disamakan, sehingga diperoleh persamaan :

$$\begin{aligned} \oplus Ax^3 &= Ax^3 \\ \oplus -A(x_1 + x_2 + x_3)x^2 &= Bx^2 \\ -A(x_1 + x_2 + x_3) &= B \\ x_1 + x_2 + x_3 &= -\frac{B}{A} \\ \oplus A(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x &= Cx \\ A(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) &= C \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 &= \frac{C}{A} \\ \oplus -Ax_1x_2x_3 &= D \\ x_1x_2x_3 &= -\frac{D}{A} \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, kita dapat menemukan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan suku banyak yang berderajat empat atau lebih menggunakan teorema vieta berikut.

Teorema Vieta

Jika $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah akar-akar persamaan polinomial $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ maka berlaku:

- $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n = \frac{a_{n-1}}{a_n}$
- $x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_2x_3 + x_2x_4 + \dots + x_{n-1}x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}$
... dan seterusnya
- $x_1x_2x_3 \dots x_{n-1}x_n = (-1)^n \times \frac{a_0}{a_n}$



Anak-anakku, untuk lebih memahami jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan polinomial, mari kita simak contoh soal berikut.

Contoh Soal



Akar-akar persamaan suku banyak $5x^3 - 10x^2 + 2x + 3 = 0$ adalah $x_1, x_2,$ dan x_3 . Tentukan nilai dari :

- a. $x_1 + x_2 + x_3$
- b. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$
- c. $x_1x_2x_3$

Pembahasan:

$$5x^3 - 10x^2 + 2x + 3 = 0$$

Dari persamaan polinomial tersebut diperoleh:

$$A = 5, B = -10, C = 2, \text{ dan } D = 3$$

$$\text{a. } x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{B}{A} = -\frac{(-10)}{5} = 2$$

b. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{C}{A} = \frac{2}{5}$
 c. $x_1x_2x_3 = -\frac{D}{A} = -\frac{3}{5}$



Contoh Soal

Akar - akar persamaan suku banyak $x^3 - 4x^2 + x + m = 0$ adalah $x_1, x_2,$ dan x_3 . Jika $x_1 = 2$, tentukan nilai dari :

- $x_1 + x_2 + x_3$
- $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$
- $x_1x_2x_3$

Pembahasan:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + m = 0$$

dari nilai $x_1 = 2$ dapat diperoleh nilai m dengan cara mensubstitusikan $x = 2$ ke $f(x)$

$$\begin{aligned} f(2) &= 0 \\ (2)^3 - 4(2)^2 + 2 + m &= 0 \\ 8 - 4(4) + 2 + m &= 0 \\ 8 - 16 + 2 + m &= 0 \\ m - 6 &= 0 \\ m &= 6 \end{aligned}$$

Karena $m = 6$ maka $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ diperoleh:

$$A = 1, B = -4, C = 1, \text{ dan } D = 6$$

- $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{B}{A} = -\frac{(-4)}{1} = 4$
- $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{C}{A} = \frac{1}{1} = 1$
- $x_1x_2x_3 = -\frac{D}{A} = -\frac{6}{1} = -6$

C. Rangkuman

Berdasarkan uraian materi pada kegiatan pembelajaran 3, dapat disimpulkan:

- Persamaan polinomial merupakan kalimat terbuka yang nilai kebenarannya tergantung pada nilai variabel yang diberikan. Secara umum, persamaan polinomial dalam variabel x dapat dituliskan sebagai berikut.

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$$

dengan $a_n \neq 0$ dan n bilangan asli

- Menentukan akar-akar rasional persamaan suku banyak $f(x) = 0$
Langkah-langkah menentukan akar-akar rasional persamaan polinomial $f(x) = 0$ adalah sebagai berikut:

Langkah 1 : Selidiki apakah jumlah koefisien-koefisien $f(x) = 0$?

- Jika ya, maka $x = 1$ merupakan akar dari $f(x) = 0$
- Jika tidak, lakukan langkah 2

Langkah 2 : Periksa apakah jumlah koefisien-koefisien variabel berpangkat genap sama dengan jumlah koefisien-koefisien berpangkat ganjil?

- jika ya, maka $x = -1$ merupakan akar dari $f(x) = 0$
- Jika tidak, lakukan langkah 3

Langkah 3 : Tentukan faktor-faktor dari nilai mutlak a_0 ($a_0 \neq 0$), lakukan dengan cara coba-coba

3. Jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan polinomial dapat dicari menggunakan teorema Vieta sebagai berikut:

Jika $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah akar-akar persamaan polinomial

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

maka berlaku:

- $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n = \frac{a_{n-1}}{a_n}$
- $x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_2 x_3 + x_2 x_4 + \dots + x_{n-1} x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}$
 \dots dan seterusnya
- $x_1 x_2 x_3 \dots x_{n-1} x_n = (-1)^n \times \frac{a_0}{a_n}$

D. Latihan Soal

Anak-anak untuk mengukur kemampuan pemahaman konsep kalian terhadap persamaan polinomial, jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan polinomial kerjakan soal latihan berikut:

1. Jika salah satu akar persamaan polinomial $x^4 - 5x^3 + ax + 8 = 0$ adalah -2 , nilai $a = \dots$
 - A. 30
 - B. 20
 - C. 10
 - D. -10
 - E. -30
2. Jika $x = 2$ dan $x = 4$ merupakan akar-akar real persamaan $x^3 + cx + 4 = 0$, maka akar yang ketiga adalah ...
 - A. 4
 - B. 2
 - C. -1
 - D. -2
 - E. -4
3. Persamaan polinomial $x^3 - x^2 - 32x + p = 0$ memiliki sebuah akar $x = 2$. akar-akar yang lain adalah ...
 - A. -6 dan 5
 - B. -6 dan 3
 - C. -5 dan 6
 - D. 2 dan 5
 - E. 3 dan 5
4. Akar-akar persamaan polinomial $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ adalah ...
 - A. $1, 2,$ dan 4
 - B. $1, 2,$ dan -4
 - C. $1, -2,$ dan 4
 - D. $1, -2,$ dan -4
 - E. $-1, 2,$ dan 4
5. Diketahui akar-akar persamaan polinomial $3x^3 + 2x^2 - 8x - 5 = 0$ adalah $x_1, x_2,$ dan x_3 . Nilai $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3$ adalah ...
 - A. $\frac{8}{3}$

- B. $\frac{2}{3}$
 C. $-\frac{2}{3}$
 D. $-\frac{5}{3}$
 E. $-\frac{8}{3}$
6. Jumlah akar-akar dari persamaan $3x^3 + 4x^2 - 4x = 0$ adalah ...
 A. 4
 B. $\frac{4}{3}$
 C. 0
 D. $-\frac{3}{4}$
 E. $-\frac{4}{3}$
7. Diketahui persamaan polinomial $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 6x - 2 = 0$. Jika p, q, r , dan s akar-akar persamaan polinomial, nilai $\frac{1}{pqr} + \frac{1}{pqs} + \frac{1}{prs} + \frac{1}{qrs}$ adalah ...
 A. 4
 B. 2
 C. $-\frac{1}{2}$
 D. -2
 E. -4
8. Diketahui x_1, x_2 , dan x_3 adalah akar-akar persamaan polinomial $x^3 - 2x^2 - 5x + p = 0$. Jika $x_3 = x_2 - x_1$, nilai $p = \dots$
 A. 6
 B. 5
 C. 4
 D. -4
 E. -6
9. Dua buah kubus mempunyai selisih panjang rusuk 3 cm. jika jumlah volume kedua kubus adalah 637 cm^3 , maka jumlah kedua luas permukaan kubus adalah ...
 A. 610 cm^2
 B. 534 cm^2
 C. 409 cm^2
 D. 384 cm^2
 E. 150 cm^2
10. Seorang peneliti merancang sebuah wadah berbentuk balok dari bahan aluminium. Wadah tersebut harus mampu menampung 4.000 ml larutan. Peneliti menginginkan lebar wadah 5 cm lebih pendek dari panjangnya dan tinggi wadah 17 cm lebih pendek dari panjangnya. Dengan memisalkan panjang wadah x cm diperoleh volume wadah $V = 4.000 \text{ ml}$. panjang wadah tersebut adalah ...
 A. 8
 B. 10
 C. 20
 D. 25
 E. 30

Pembahasan dan Kunci Jawaban

No.	Pembahasan	Skor
1.	<p>Persamaan polinomial $x^4 - 5x^3 + ax + 8 = 0$ $x = -2$ merupakan akar persamaan artinya $x = -2$ memenuhi persamaan polinomial dan dapat dituliskan sebagai berikut.</p> $(-2)^4 - 5(-2)^3 + a(-2) + 8 = 0$ $16 - 5(-8) - 2a + 8 = 0$ $16 + 40 - 2a + 8 = 0$ $60 - 2a = 0$ $-2a = -60$ $a = \frac{60}{2}$ $a = 30$ <p>Jadi, nilai $a = 30$ Jawaban: A</p>	10
2.	<p>Persamaan polinomial $x^3 + cx + 4 = 0$ Nyatakan persamaan polinomial dalam pangkat turun berikut $x^3 + 0x^2 + cx + 4 = 0$ $x = 2$ dan $x = -4$ merupakan akar real artinya ketika persamaan polinomial dibagi $x = 2$ dan $x = -4$ bersisa 0. Untuk mencari faktor yang lainnya, kita gunakan skema horner berikut.</p> $ \begin{array}{r rrrr} 2 & 1 & 0 & c & 4 \\ & & 2 & 4 & 2c + 8 \\ \hline & 1 & 2 & c + 4 & 2c + 12 \rightarrow \text{sisa 1} \\ -4 & & -4 & 8 & \\ \hline & 1 & -2 & c + 12 & \rightarrow \text{sisa 2} \end{array} $ <p style="text-align: center; color: green;">Koefisien hasil bagi</p> <p>Dari proses pembagian dengan Skema Horner diperoleh Hail bagi : $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ Jadi, akar ketiga adalah 2 Jawaban: B</p>	10
3.	<p>Persamaan polinomial $x^3 - x^2 - 32x + p = 0$ Salah satu akarnya $x = 2$ artinya ketika persamaan polinomial dibagi oleh $x = 2$ maka sisa pembagiannya 0 Untuk mencari akar yang lain kita gunakan skema Horner berikut</p> $ \begin{array}{r rrrr} 2 & 1 & -1 & -32 & p \\ & * & 2 & 2 & -60 + \\ \hline & 1 & 1 & -30 & p - 60 \leftarrow \text{Sisa (s)} \end{array} $ <p style="text-align: center; border: 1px solid red; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block;">Koefisien hasil bagi $h(x)$</p> <p>Dari pembagian dengan skema Horner diperoleh</p>	10

No.	Pembahasan	Skor																		
	<p>Hail bagi : $h(x) = x^2 + x - 30$ karena hasil bagi berderajat dua, untuk mencari akar-akar yang lainnya kita dapat langsung memfaktorkan $h(x)$ menjadi</p> $x^2 + x - 30 = (x - 5)(x + 6)$ <p>Dari faktor tersebut, kita dapat menentukan akar-akar yang lainnya yaitu:</p> $x - 5 \rightarrow x = 5$ $x + 6 \rightarrow x = -6$ <p>Jadi, akar-akar yang lainnya adalah -6 dan 5</p> <p>Jawaban: A</p>																			
4.	<p>Misalkan persamaan polinomial $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$</p> <p>Koefisien x^3 : 1 Koefisien x^2 : -3 Koefisien x : -6 Koefisien atau konstanta : 8</p> <p>Jumlahkan semua koefisien $= 1 + (-3) + (-6) + 8$ $= 1 - 3 - 6 + 8$ $= 0$</p> <p>Karena jumlah koefisien = 0, maka $x = 1$ merupakan akar dari persamaan polinomial $f(x)$</p> <p>Untuk mencari akar-akar yang lainnya, kita bagi $f(x)$ dengan $x = 1$ dengan skema horner</p> <div style="text-align: center;"> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px 10px;">1</td> <td style="padding: 5px 10px;">1</td> <td style="padding: 5px 10px;">-3</td> <td style="padding: 5px 10px;">-6</td> <td style="padding: 5px 10px;">8</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px 10px;">*</td> <td style="padding: 5px 10px;">1</td> <td style="padding: 5px 10px;">-2</td> <td style="padding: 5px 10px;">-8</td> <td style="padding: 5px 10px;">+</td> <td></td> </tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px 10px;">1</td> <td style="padding: 5px 10px;">-2</td> <td style="padding: 5px 10px;">-8</td> <td style="padding: 5px 10px; background-color: #d4edda;">0</td> <td style="padding: 5px 10px;">←</td> <td style="border: 1px solid red; border-radius: 10px; padding: 2px 5px;">Sisa (s)</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"> Koefisien hasil bagi $h(x)$ </p> </div> <p>Dari hasil pembagian dengan skema horner diperoleh hasil bagi $x^2 - 2x - 8$, sehingga $f(x)$ dapat dituliskan sebagai berikut</p> $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ $(x - 1)(x^2 - 2x - 8) = 0$ $(x - 1)(x + 2)(x - 4) = 0$ $x - 1 = 0 \quad \text{atau} \quad x + 2 = 0 \quad \text{atau} \quad x - 4 = 0$ $x = 1 \quad \quad \quad x = -2 \quad \quad \quad x = 4$ <p>Jadi, akar-akar persamaan polinomial adalah $1, -2,$ dan 4</p> <p>Jawaban: C</p>	1	1	-3	-6	8		*	1	-2	-8	+		1	-2	-8	0	←	Sisa (s)	10
1	1	-3	-6	8																
*	1	-2	-8	+																
1	-2	-8	0	←	Sisa (s)															
5.	<p>persamaan polinomial $3x^3 + 2x^2 - 8x - 5 = 0$</p> <p>Nilai $a_3 = 3, a_2 = 2, a_1 = -8, a_0 = -5$</p> $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{a_1}{a_3}$ $= -\frac{8}{3}$ <p>Jadi, nilai $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$ adalah $-\frac{8}{3}$</p> <p>Jawaban: E</p>	10																		

No.	Pembahasan	Skor
6.	<p>Persamaan polinomial $3x^3 + 4x^2 - 4x = 0$ Nilai $a_3 = 3, a_2 = 4, a_1 = -4, a_0 = 0$ Jumlah akar-akar artinya $x_1 + x_2 + x_3$ $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{a_2}{a_3}$ $= -\frac{4}{3}$ Jadi, jumlah akar-akar dari persamaan $3x^3 + 4x^2 - 4x = 0$ adalah $\frac{4}{3}$ Jawaban: E</p>	10
7.	<p>Persamaan polinomial $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 6x - 2 = 0$. Nilai $a_4 = 1, a_3 = -4, a_2 = 3, a_1 = -6, a_0 = -2$ Jika $p, q, r,$ dan s akar-akar persamaan polinomial, maka $p + q + r + s = -\frac{a_3}{a_4}$ $= -\frac{(-4)}{1}$ $= 4$ $pqrs = \frac{a_0}{a_4}$ $= \frac{-2}{1}$ $= -2$ $\frac{1}{pqr} + \frac{1}{pqs} + \frac{1}{prs} + \frac{1}{qrs} = \frac{s}{pqrs} + \frac{r}{pqrs} + \frac{q}{pqrs} + \frac{p}{pqrs}$ $= \frac{p + q + r + s}{pqrs}$ $= \frac{4}{-2}$ $= -2$ Jadi, nilai $\frac{1}{pqr} + \frac{1}{pqs} + \frac{1}{prs} + \frac{1}{qrs}$ adalah -2 Jawaban: D</p>	10
8.	<p>Persamaan polinomial $x^3 - 2x^2 - 5x + p = 0$. Nilai $a_3 = 1, a_2 = -2, a_1 = -5, a_0 = p$ $x_1, x_2,$ dan x_3 akar-akar persamaan polinomial dan $x_3 = x_2 - x_1 \rightarrow x_1 + x_3 = x_2$, maka $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{a_2}{a_3}$ $(x_1 + x_3) + x_2 = -\frac{(-2)}{1}$ $x_2 + x_2 = 2$ $2x_2 = 2$ $x_2 = 1$ $x_2 = 1$ merupakan akar persamaan $f(x) = 0$ maka $f(x_2) = f(1) = 0$ $f(1) = 0$ $(1)^3 - 2(1)^2 - 5(1) + p = 0$ $1 - 2(1) - 5 + p = 0$ $1 - 2 - 5 + p = 0$ $p - 6 = 0$ $p = 6$ Jadi, nilai $p = 6$ Jawaban: A</p>	10

No.	Pembahasan	Skor
9.	<p>Misal :</p> <p>y adalah rusuk kubus besar x adalah rusuk kubus kecil selisih rusuk kubus 3 cm dapat dituliskan $y - x = 3 \rightarrow y = x + 3$ Jumlah volume kedua kubus adalah 637 cm^3, volume kubus merupakan hasil pangkat tiga dari panjang rusuk kubus, maka volume kubus dapat dituliskan</p> $x^3 + y^3 = 637$ $x^3 + (x + 3)^3 = 637$ $x^3 + x^3 + 9x^2 + 27x + 27 = 637$ $2x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - 637 = 0$ $2x^3 + 9x^2 + 27x - 610 = 0$ <p>Untuk mencari akar-akar rasional dari persamaan polinomial $p(x) = 2x^3 + 9x^2 + 27x - 610 = 0$ kita perhatikan faktor dari koefisien pangkat tertinggi dan konstanta dari persamaan polinomial tersebut. Faktor dari koefisien tertinggi 2 yaitu 1 dan 2 Faktor dari konstanta 610 yaitu 1, 2, 5, dan 61 Kita coba nilai $p(x)$ untuk $x = 1$ dan $x = 5$ Untuk $x = 1$ $p(1) = 2(1)^3 + 9(1)^2 + 27(1) - 610$ $= 2 + 9 + 27 - 610$ $= -572$ Karena $p(1) \neq 0$ maka $x = 1$ bukan merupakan akar dari persamaan polinomial $p(x)$ Untuk $x = 5$ $p(5) = 2(5)^3 + 9(5)^2 + 27(5) - 610$ $= 2(125) + 9(25) + 135 - 610$ $= 250 + 225 + 135 - 610$ $= 0$ Karena $p(5) = 0$ maka $x = 5$ merupakan akar dari persamaan polinomial $p(x)$ Nilai x sudah diketahui dan kita dapat menentukan nilai y dengan mensubstitusi $x = 5$ ke $y = x + 3$ diperoleh $y = x + 3$ $y = 5 + 3$ $y = 8$ Luas permukaan kedua kubus adalah $= 6 \times (x^2 + y^2)$ $= 6 \times (5^2 + 8^2)$ $= 6 \times (25 + 64)$ $= 6 \times 89$ $= 534$ Jadi, jumlah luas kedua permukaan kubus adalah 534 cm^2 Jawaban: B</p>	10
10.	<p>Diketahui :</p> <p>Panjang = x Lebar = $x - 5$ Tinggi = $x - 17$ Volume wadah = $4.000 \text{ ml} = 4.000 \text{ cm}^3$ Volume wadah dapat dinyatakan dalam hasil perkalian panjang, lebar dan tinggi wadah serta dapat dituliskan sebagai berikut.</p>	10

No.	Pembahasan	Skor
	$V = 4.000$ panjang \times lebar \times tinggi = 4.000 $x \cdot (x - 5) \cdot (x - 7) = 4.000$ $x^3 - 22x^2 + 85x = 4.000$ $x^3 - 22x^2 + 85x - 4.000 = 0$ Untuk mencari nilai x kita coba beberapa nilai x untuk fungsi polinomial $V(x) = x^3 - 22x^2 + 85x - 4.000$ Untuk $x = 10$ $V(10) = (10)^3 - 22(10)^2 + 85(10) - 4.000$ $= 1.000 - 2(100) + 850 - 4.000$ $= 1.000 - 200 + 850 - 4.000$ $= -4.350$ Karena $V(10) \neq 0$ maka $x = 10$ bukan akar dari persamaan polinomial Untuk $x = 20$ $V(20) = (20)^3 - 22(20)^2 + 85(20) - 4.000$ $= 8.000 - 22(400) + 1.700 - 4.000$ $= 8.000 - 8.800 + 1.700 - 4.000$ $= -3.100$ Karena $V(20) \neq 0$ maka $x = 20$ bukan akar dari persamaan polinomial Untuk $x = 25$ $V(25) = (25)^3 - 22(25)^2 + 85(25) - 4.000$ $= 15.625 - 22(625) + 2.125 - 4.000$ $= 15.625 - 13.750 + 2.125 - 4.000$ $= 0$ Karena $V(25) = 0$ maka $x = 25$ merupakan akar dari persamaan polinomial Jadi, panjang wadah = $x = 25$ Jawaban: D	
Skor Total		100

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban kalian dengan kunci jawaban. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

$$\text{Rumus Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Skor}}{\text{Jumlah Skor Maksimum}} \times 100\%$$

Kriteria

90% - 100%	= baik sekali
80% - 89%	= baik
70% - 79%	= cukup
<70%	= kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. Penilaian Diri

Anak-anak isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda centang pada kolom pilihan.

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian memahami persamaan polinomial?		
2.	Apakah kalian dapat menentukan akar-akar persamaan polinomial ?		
3.	Apakah kalian dapat menentukan jumlah akar-akar polinomial ?		
4.	Apakah kalian dapat menentukan hasil kali akar-akar polinomial ?		

Catatan:

Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,

Bila semua jawaban "Ya", maka kalian dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya

EVALUASI

Pilih satu jawaban yang paling tepat !

1. Derajat polinomial $(6 - x)(2x^2 - 3x)^3$ adalah ...
 - A. 4
 - B. 5
 - C. 6
 - D. 7
 - E. 8

2. Hasil penjumlahan polinomial $x^3 - 2x + 1$ dan polinomial $x^4 - x^3 + 3x$ adalah ...
 - A. $x^4 + 2x^3 + 5x + 1$
 - B. $x^4 + 2x^3 + x + 1$
 - C. $x^4 - x + 1$
 - D. $x^4 + x + 1$
 - E. $x^4 + x^3 - 5x + 1$

3. Hasil pengurangan polinomial $x^4 - 3x^2 + 6$ oleh $x^3 - 3x^2 - 2$ adalah ...
 - A. $x^4 + x^3 - 6x^2 + 8$
 - B. $x^4 - x^3 + 8$
 - C. $x^4 + x^3 - 8$
 - D. $x^4 + x^3 + 6x - 8$
 - E. $x^4 + x^3 + 6x + 8$

4. Hasil perkalian $(8 - x)(2 - x + x^3)$ adalah ...
 - A. $-x^4 + 6x^3 + x^2 - 10x + 16$
 - B. $-x^4 - 6x^3 + x^2 - 10x + 16$
 - C. $-x^4 + 8x^3 + x^2 - 10x + 16$
 - D. $-x^4 + 8x^3 - x^2 - 10x + 16$
 - E. $-x^4 + 8x^3 - x^2 + 10x + 16$

5. Suku banyak $f(x) = x^5 - 25x^4 + 66x^3 - 2x + 50$. Nilai $f(22) = \dots$
 - A. -2
 - B. -1
 - C. 0
 - D. 4
 - E. 6

6. Dari bentuk $\frac{5x-1}{x^2-x-2} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2}$. Nilai $A - B = \dots$
 - A. 2
 - B. 1
 - C. 0
 - D. -1
 - E. -2

7. Sisa dari pembagian $(x^3 - x^2 + 5x - 3) : (x + 2)$ adalah ...
 - A. -25
 - B. -18
 - C. 10
 - D. 15
 - E. 19

8. Hasil bagi dari $8x^4 - 20x^2 + 3x - 2$ oleh $(2x - 3)$ adalah ...
- $8x^3 + 12x^2 - 2x$
 - $8x^2 + 12x - 2$
 - $4x^3 + 6x^2 - x$
 - $4x^2 + 6x - 2$
 - $4x^3 + 6x^2 + x$
9. Sisa dari pembagian $(2x^3 - 5x^2 + 8x - 4)$ dibagi $(x^2 - x + 3)$ adalah ...
- $4 - 2x$
 - $5 - x$
 - $3 - 4x$
 - $5x + 1$
 - $2x + 5$
10. Sisa dari pembagian $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 3x + 2$ oleh $(x^2 - x - 2)$ adalah ...
- $x - 12$
 - $x + 14$
 - $x - 16$
 - $x + 18$
 - $x - 20$
11. Jika $f(x) = x^3 + kx^2 + 4x - 5k - 20$ dibagi oleh $(x - 3)$ bersisa 21, maka nilai $k = \dots$
- 7
 - 2
 - 1
 - 3
 - 5
12. Diketahui suku banyak $f(x) = ax^2 - 2x^2 - 3x + b$. Jika $f(x)$ dibagi $x + 1$ sisanya 2, dan jika dibagi $(x - 1)$ sisanya 4. Nilai $a \cdot b = \dots$
- 30
 - 10
 - 20
 - 25
 - 9
13. Jika pembagian $(x^2 + 2px - 5)$ dan $(x^3 - 3px^2 + 2p)$ oleh $(x + 1)$ menghasilkan sisa yang sama, maka nilai $p = \dots$
- 7
 - 5
 - 3
 - 4
 - 8
14. Polinomial $f(x)$ dibagi oleh $x^2 + 5x - 6$ bersisa $2x + 10$. Sisa pembagian $f(x)$ oleh $x + 6$ adalah ...
- 22
 - 12
 - 1
 - 2
 - 6
15. Polinomial $f(x)$ habis dibagi oleh $(x - 5)$ dan jika $f(x)$ dibagi $(x + 3)$ bersisa -16, maka $f(x)$ dibagi oleh $x^2 - 2x - 15$ bersisa ...

- A. $3x - 5$
 B. $2x + 12$
 C. $2x - 10$
 D. $3x + 2$
 E. $2x - 7$
16. $F(x)$ dibagi oleh $(x - 3)$ dan $(x - 2)$, sisanya berturut-turut 5 dan 0. $G(x)$ dibagi oleh $(x - 3)$ dan $(x - 2)$, sisanya berturut-turut 2 dan -1 . Diketahui $H(x) = 2 \cdot F(x) - 3 \cdot G(x)$. Jika $H(x)$ dibagi oleh $(x - 2)(x - 3)$, maka sisa pembagiannya adalah ...
 A. $x - 1$
 B. $x - 3$
 C. $x - 7$
 D. $x + 1$
 E. $x + 4$
17. $(ax + b)$ merupakan faktor dari $f(x)$ jika dan hanya jika ...
 A. $f(-b) = a$
 B. $f(a) = -b$
 C. $f\left(\frac{a}{b}\right) = 0$
 D. $f\left(\frac{b}{a}\right) = 0$
 E. $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$
18. Berikut yang merupakan faktor dari $x^4 + 5x^3 - 2x + 2$ adalah ...
 A. $x - 1$
 B. $x + 1$
 C. $x - 2$
 D. $x + 2$
 E. $x - 3$
19. Jika $(x + 2)$ merupakan faktor dari $(x^3 + kx + 3k - 1)$, maka nilai k adalah ...
 A. 12
 B. 9
 C. 3
 D. -5
 E. -8
20. $(x^2 - 3x + 2)$ merupakan faktor dari suku banyak $(x^4 + 2x^3 - 7x^2 + ax + b)$. Nilai a dan b masing-masing adalah ...
 A. $a = 12$ dan $b = -8$
 B. $a = 8$ dan $b = -12$
 C. $a = -8$ dan $b = 12$
 D. $a = -8$ dan $n = -12$
 E. $a = -12$ dan $b = 8$
21. Himpunan penyelesaian dari persamaan $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$ adalah ...
 A. $\{-5, -2, 1\}$
 B. $\{-2, 1, 5\}$
 C. $\{-5, -2, -1\}$
 D. $\{-1, 2, 5\}$
 E. $\{-5, -1, 2\}$

22. Persamaan $7x^3 - 5x^2 + 8x - 12 = 0$ mempunyai akar-akar $x_1, x_2,$ dan x_3 .
 Nilai $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \dots$
- $-\frac{3}{2}$
 - $-\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{4}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{2}$
23. Jika salah satu akar persamaan $4x^4 - 15x^2 + 5x + m = 0$ adalah $-\frac{1}{2}$, maka hasil kali akar-akarnya adalah ...
- 6
 - 4
 - $\frac{3}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
 - 6
24. Panjang rusuk sebuah balok merupakan 3 bilangan berurutan. Jika volume balok 24 cm^3 , maka luas permukaan balok tersebut adalah ...
- 25 cm^2
 - 32 cm^2
 - 48 cm^2
 - 52 cm^2
 - 54 cm^2
25. Seorang peneliti mengamati perkembangbiakan bakteri pada makanan yang bersisa. Banyak bakteri pada menit ke-n memenuhi persamaan polinomial derajat 3. Jumlah bakteri pada menit ke-1 sampai menit ke-3 adalah 7, 18, dan 53. Banyak bakteri pada menit ke-4 adalah...
- 321
 - 312
 - 231
 - 132
 - 123

KUNCI JAWABAN EVALUASI

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. D | 11. B | 21. D |
| 2. D | 12. C | 22. D |
| 3. B | 13. C | 23. C |
| 4. C | 14. D | 24. D |
| 5. E | 15. C | 25. D |
| 6. D | 16. D | |
| 7. A | 17. E | |
| 8. C | 18. B | |
| 9. B | 19. B | |
| 10. B | 20. C | |

DAFTAR PUSTAKA

- Aksin, Nur. dkk. 2017. Matematika Peminatan Matematika dan Ilmu-ilmu Alam SMA/MA kelas XI Semester 2. Yogyakarta: Intan Pariwara
- Cunayah, Cucun dan Etsa Indra Irawan. 2013. *1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan Matematika untuk SMA/Ma*. Bandung : Yrama Widya
- Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2017. *Modul 5 Penerapan Polinomial dalam Pengembangan Ilmu dan Teknologi Sehari-hari*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Sukino. 2016. *Matematika Jilid 2 untuk SMA/MA kelas XI Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-ilmu Alam*. Jakarta: Erlangga