KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020

JUJUR ADALAH LANGKAH AWAL BERANTAS KORUPSI

Modul Pembelajaran SMA

Matematika Peminatan

KELAS
XII

DISTRIBUSI NORMAL

MATEMATIKA PEMINATAN

KELAS XII

PENYUSUN
Yuyun Sri Yuniarti

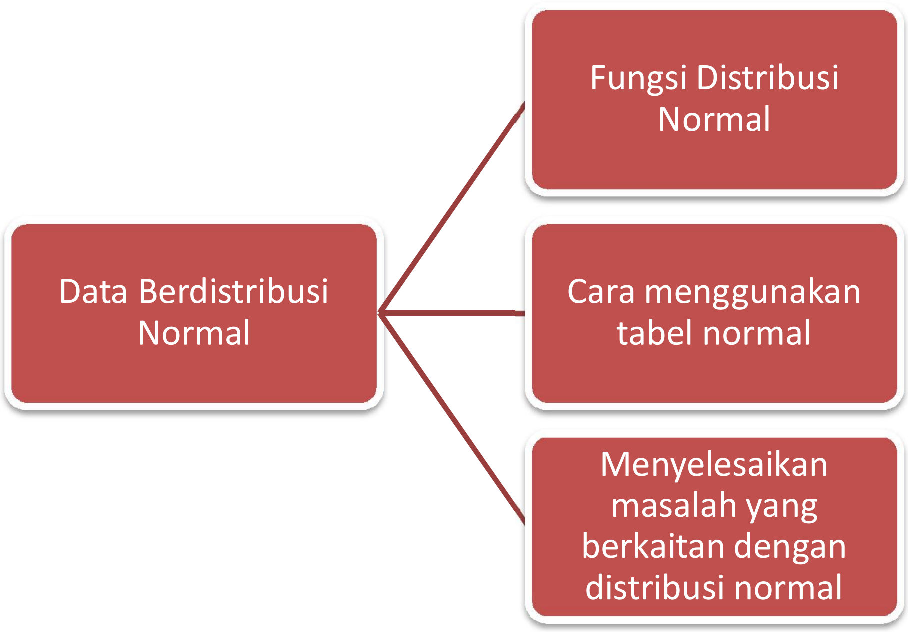
SMA Negeri 1 Pedes

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Data	:	catatan atau informasi atas kumpulan fakta.
Hipotesis	:	dugaan sementara yang harus dibuktikan secara ilmiah
Parameter	:	tempat penyimpanan variabel di dalam fungsi yang digunakan untuk melakukan pemberian data dari pemanggil ke dalam fungsi
Populasi	:	seluruh objek penelitian yang menjadi fokus peneitian kita
Probabilitas	:	peluang atau kemungkinan dari suatu kejadian
Variabel	:	besaran yang dapat berubah serta berpengaruh pada sebuah peristiwa atau kejadian
Variabel acak kontinu	:	adalah variabel acak yang nilai-nilainya tak berhingga banyaknya atau berisi sederetan anggota yang banyaknya sebanyak titik dalam sebuah garis
Distribusi normal	:	disebut pula distribusi Gauss, adalah salah satu jenis distribusi dengan variabel *random* yang kontinu, dengan kurva yang berbentuk menyerupai lonceng
Tabel distribusi normal	:	adalah tabel yang berisi peluang dari nilai Z atau $P(Z \leq z)$ yang selalu berada di antara 0 dan 1
Distribusi peluang variabel acak kontinu	:	adalah variabel acak yang dapat memperoleh semua nilai pada skala kontinu

PETA KONSEP


Data Berdistribusi Normal
Fungsi Distribusi Normal
Cara menggunakan tabel normal
Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi normal

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	:	Matematika Peminatan
Kelas	:	XII
Alokasi Waktu	:	12 JP
Judul Modul	:	Distribusi Normal

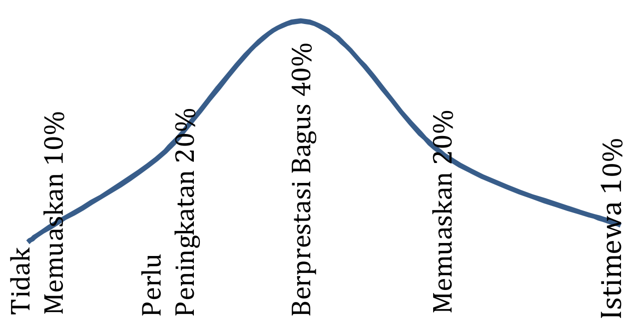
B. Kompetensi Dasar

3.6 Menjelaskan karakteristik data berdistribusi normal yang berkaitan dengan data berdistribusi normal.

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi normal dan penarikan kesimpulannya.

C. Deskripsi Singkat Materi

Metode yang juga dikenal dengan sebutan *forced distribution* ini mendapatkan namanya dari kenyataan bahwa para penilai yang terlibat memang "dipaksa" untuk mendistribusikan nilai peserta didik ke dalam sejumlah kategori tuntas dalam suatu tes yang sudah ditetapkan persentase proporsinya. Biasanya, bentuk distribusi yang diterapkan adalah distribusi normal, dimana persentase yang setara kecilnya ditempatkan di sisi kanan (terbaik) dan sisi kiri (terburuk) sedangkan persentase yang lebih besar ditempatkan di bagian tengah atau di antara kedua sisi tersebut. Sebagai contoh, proporsi yang mungkin digunakan adalah: Istimewa 10%, Memuaskan 20%, Berprestasi Bagus 40%, Perlu Peningkatan 20%, dan Tidak Memuaskan 10%. Adapun asumsi yang mendasari metode ini adalah bahwa, secara statistik, tingkat ketuntasan peserta didik terdistribusi mengikuti pola kurva normal. Agar lebih jelas silahkan cermati ilustrasi kurva normal berikut.



Selain itu skenario Tuhan yang Maha Kuasa yang telah menciptakan alam atau makhluk ini dengan sangat luar biasa. Penciptaan dengan aturan yang amat mengesankan, antara aturan yang satu dengan yang lainnya saling harmoni tidak bertentangan. Ketidakbertentangan antara aturan yang satu dengan yang lainnya ini cukup menunjukkan bahwa Sang Pencipta, Penguasa kehidupan ini adalah Esa (satu). Salah satu aturan yang dibuatNya adalah tentang data atribut/karakter makhlukNya dengan pola menyerupai kurva normal. Contoh tentang IQ, berat badan, tinggi badan, dan yang lainnya setelah diukur atas sejumlah sampel, menunjukkan yang nilainya sangat tinggi atau rendah jumlahnya sedikit, yang paling banyak adalah yang mendekati atau sama dengan rata-ratanya, intinya jika digambarkan histogramnya menyerupai kurva normal atau genta terbalik.

Oleh karena itu melalui materi peluang binomial, distribusi normal, dan hipotesis, diharapkan dapat membuka wawasan Ananda mengenai fenomena kejadian yang realistis dalam kehidupan, selanjutnya supaya Ananda memiliki kompetensi untuk melakukan perhitungan terkait hal-hal peluang binomial, distribusi normal, dan hipotesis tersebut.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Sebelum Ananda membaca isi modul, terlebih dahulu membaca petunjuk khusus dalam penggunaan modul agar memperoleh hasil yang optimal.

1. Sebelum memulai menggunakan modul, mari berdoa kepada Tuhan yang Maha Esa agar diberikan kemudahan dalam memahami materi ini dan dapat mengamalkan dalam kehidupan sehari-hari.
2. Sebaiknya Ananda mulai membaca dari pendahuluan, kegiatan pembelajaran, rangkuman, hingga daftar pustaka secara berurutan.
3. Setiap akhir kegiatan pembelajaran, Ananda mengerjakan latihan soal dengan jujur tanpa melihat uraian materi.
4. Ananda dikatakan tuntas apabila dalam mengerjakan latihan soal memperoleh nilai ≥ 75 sehingga dapat melanjutkan ke materi selanjutnya.
5. Jika Ananda memperoleh nilai < 75 maka Ananda harus mengulangi materi pada modul ini dan mengerjakan kembali latihan soal yang ada.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Distribusi Peluang Acak Kontinu

Kedua : Ditribusi Normal

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
Distribusi Peluang Acak Kontinu

A. Tujuan Pembelajaran

Pada pembelajaran kali ini, Ananda akan diajak untuk memahami konsep variabel acak kontinu.

B. Uraian Materi

Distribusi Peluang Acak Kontinu

1. Variabel Acak Kontinu

Pada modul sebelumnya yaitu modul KD 3.5 Ananda telah belajar tentang variabel acak diskrit, yaitu variabel yang menggunakan bilangan bulat untuk menyatakan hasil suatu percobaan. Nahhh untuk variabel acak kontinu menggunakan bilangan riil untuk menyatakan hasil suatu percobaan.

Variabel acak kontinu diperoleh dari hasil mengukur dan nilainya berupa bilangan riil. Nilai-nilai variabel acak kontinu jika digambarkan pada garis interval berupa deretan titik-titik yang saling tersambung membentuk garis. Sebagai contoh hasil pengukuran tinggi badan, hasil pengukuran suhu tubuh, dan lain-lain.

Contoh:
Pada suatu kelas yang beranggotakan 35 siswa dilakukan pengukuran tinggi badan siswa. Dari data hasil pengukuran tinggi badan tersebut diperoleh tinggi badan siswa tertinggi yaitu 175 cm dan terpendek 150 cm. Tentukan variabel acak yang menyatakan hasil pengukuran tinggi badan tersebut!

Jawab:
Tinggi badan siswa tertinggi adalah 175 cm dan terpendek adalah 150 cm. Jika tinggi badan siswa dinyatakan dalam t maka nilainya adalah $150 \leq t \leq 175$. Variabel acak t menyatakan tinggi badan siswa, maka T = $\{t \mid 150 \leq t \leq 175\}$.

2. Distribusi Peluang Variabel Acak Kontinu

Variabel acak kontinu berupa interval bilangan pada garis bilangan riil. Fungsi peluang pada variabel acak kontinu X = {x | a ≤ x ≤ b, x bilangan riil} dinyatakan sebagai f(x) dengan ketentuan sebagai berikut:

a) Nilai f(x) ≥ 0 untuk semua x anggota variabel acak kontinu X
b) Luas daerah di bawah kurva y = f(x) pada interval terdefinisinya variabel acak X adalah 1, yaitu: $\int_a^b f(x)dx = 1$
c) Jika dipilih secara acak sebuah nilai data, peluang terambil nilai data pada interval c ≤ X ≤ d. Maka P (c ≤ X ≤ d) = $\int_c^d f(x)dx$

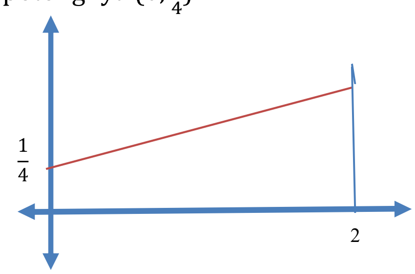
d) Nilai P(X = x) ≈ 0
P(X ≤ x) = P(X < x)
P(X ≥ x) = P (X > x)

Contoh
Diketahui sebuah fungsi peluang f(x) sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{4}, untuk\ 0 \le x \le 2 \\ 0,\ \text{untuk x yang lain} \end{cases}$$

a. Tunjukkan bahwa f(x) merupakan fungsi peluang
b. Tentukan nilai peluang P (X ≤ 1)
c. Tentukan nilai peluang P(X ≥ 1)

Jawab:
a. Pertama kita akan membuat grafik fungsi $f(x) = \frac{x+1}{4}$ dalam interval 0 ≤ x ≤ 2
titik potong terhadap sumbu x, diperoleh jika y = 0. Maka $\frac{x+1}{4} = 0; x + 1 = 0; x = -1.$
jadi titik potongnya (-1,0)
titik potong terhadap sumbu y diperoleh jika x =0. Maka $f(0) = \frac{0+1}{4} = \frac{1}{4}$
jadi titik potongnya $(0, \frac{1}{4})$



Pada interval 0 ≤ x ≤ 2, nilai f(x) selalu bernilai positif
Luas daerah di bawah kurva y = f(x) (garis berwarna merah) pada interval 0 ≤ x ≤ 2 adalah:

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 \frac{x+1}{4}dx = \frac{1}{4}\int_0^2 (x+1)dx = \frac{1}{4}\ .(\frac{1}{2}x^2 + x)_0^2$$

$$= \frac{1}{4}\left(\left(\frac{1}{2}2^2 + 2\right) - \left(\frac{1}{2}0^2 + 0\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\ (4) + 2\right) - 0 = \frac{1}{4}(\ 2 + 2) = 1\right.$$

Diperoleh fungsi f(x) pada interval 0 ≤ x ≤ 2 selalu bernilai positif dan luas daerah di bawahnya sama dengan 1. Terbukti f(x) merupakan sebuah fungsi peluang
b. P (X ≤ 1) = P (0 ≤ x ≤ 1)

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{x+1}{4}dx = \frac{1}{4}\int_0^1 (x+1)dx = \frac{1}{4}\ .(\frac{1}{2}x^2 + x)_0^1$$

$$= \frac{1}{4}\left(\left(\frac{1}{2}1^2 + 1\right) - \left(\frac{1}{2}0^2 + 0\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\ (1) + 1\right) - 0 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + 1\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{8}\right.$$

Jadi nilai P (X ≤ 1) = $\frac{3}{8}$

c. P(X > 1) = P(1 < X ≤ 2) = P (0 ≤ X ≤ 2) – P (0 ≤ X ≤ 1) = $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

Jadi nilai peluang P(X ≥ 1) = $\frac{5}{8}$.

C. Rangkuman

Variabel acak kontinu berupa interval bilangan pada garis bilangan riil. Fungsi peluang pada variabel acak kontinu X = {x | a ≤ x ≤ b, x bilangan riil} dinyatakan sebagai fungsi f(x) dengan ketentuan sebagai berikut:

a) Nilai f(x) ≥ 0 untuk semua x anggota variabel acak kontinu X

b) Luas daerah di bawah kurva y = f(x) pada interval terdefinisinya variabel acak X adalah 1, yaitu: $\int_a^b f(x)dx = 1$

c) Jika dipilih secara acak sebuah nilai data, peluang terambil nilai data pada interval c ≤ X ≤ d. Maka P (c ≤ X ≤ d) = $\int_c^d f(x)dx$

d) Nilai P(X = x) ≈ 0
P(X ≤ x) = P(X < x)
P(X ≥ x) = P (X > x)

Keempat syarat tersebut harus terpenuhi yaa.. karena kalo tidak terpenuhi salah satunya maka fungsi peluang variabel acak kontinu bukan merupakan fungsi f(x). Silahkan Ananda membaca kembali syarat fungsi di kelas XI.

D. Latihan Soal

Kerjakan semua soal di bawah ini di buku latihan. Diskusikan dengan teman dan guru matematika di kelas Ananda.

1) Diketahui fungsi peluang $f(x) = \frac{x^2-1}{k}$ terdefinisi untuk $-3 \leq x \leq 3$ dan bernilai 0 untuk nilai x yang lain.
   a. Tentukan nilai k
   b. Tentukan nilai peluang $P(-1 \leq x \leq 2)$

2) Diketahui fungsi peluang $f(x) = \frac{3}{16} x^2$ terdefinisi untuk $-2 \leq x \leq 2$ dan bernilai 0 untuk nilai x yang lain.
   a. Tunjukkan bahwa f(x) merupakan fungsi peluang
   b. Tentukan nilai peluang $P(0 \leq x \leq 1)$

3) Diketahui fungsi peluang $f(x) = \frac{1}{5}$ terdefinisi untuk $-2 \leq x \leq k$ dan bernilai 0 untuk nilai x yang lain
   a. Tentukan nilai k
   b. Tentukan nilai peluang $P(0 \leq x \leq 2)$

4) Diketahui fungsi peluang f(x) sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}\text{; untuk } 0 < x \leq 6 \\ 0 \text{ ; untuk x yang lain} \end{cases}$$

   a. Tunjukkan bahwa f(x) merupakan fungsi peluang
   b. Tentukan nilai peluang $P(X \leq 2)$
   c. Tentukan nilai peluang $P(X > 4)$

Pembahasan

1. a. Menentukan nilai k

$$\int_{-3}^{3} f(x)dx = 1$$

$$\int_{-3}^{3} \left(\frac{x^2-1}{k}\right)dx = 1$$

$$\frac{1}{k}\left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)_{-3}^{3} = 1$$

$$\left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)_{-3}^{3} = k$$

$$k = \left(\frac{3^3}{3} - 3\right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - 3\right) = 6 + 6 = 12$$

Jadi nilai k = 12, sehingga $f(x) = \frac{x^2-1}{12}$

d. P(-1 ≤ x ≤ 2)

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^2-1}{12}dx = \frac{1}{12}\int_{-1}^{2}(x^2-1)dx = \frac{1}{12}\cdot\left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)_{-1}^{2}$$

$$= \frac{1}{12}\left(\left(\frac{1}{3}2^3 - 2\right) - \left(\frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)\right)\right) = \frac{1}{12}\left(\frac{1}{3}(8) - 2\right) - \left(\frac{1}{3}(-1)^3 + 1\right))$$

$$= \frac{1}{12}\left(\left(\frac{8}{3} + \frac{1}{3}\right) - 2 - 1\right) = 0$$

Jadi nilai P (1 ≤ x ≤ 2) = 0.

2. a. Akan ditunjukkan bahwa luas daerah di bawah kurva y = f(x) = 1.
Luas daerah di bawah kurva y = f(x) pada interval -2 ≤ x ≤ 2 adalah:

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx = \int_{-2}^{2} \frac{3}{16}x^2\, dx = \frac{3}{16}\int_{-2}^{2} x^2dx = \frac{3}{16}\cdot\left(\frac{1}{3}x^3\right)_{-2}^{2}$$

$$= \frac{1}{16}\left(2^3 - (-2)^3\right) = \frac{1}{16}\left(8 - (-8)\right) = \frac{16}{16} = 1$$

Diperoleh fungsi f(x) pada interval -2 ≤ x ≤ 2 selalu bernilai positif dan luas daerah di bawahnya sama dengan 1. Terbukti f(x) merupakan sebuah fungsi peluang.

b. P(0 ≤ x ≤ 1)

$$\int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} \frac{3}{16}x^2\, dx = \frac{3}{16}\int_{0}^{1} x^2dx = \frac{3}{16}\cdot\left(\frac{1}{3}x^3\right)_{0}^{1}$$

$$= \frac{1}{16}\left(1^3 - 0\right) = \frac{1}{16}.1 = \frac{1}{16}$$

Jadi nilai P (0 ≤ x ≤ 1) = $\frac{1}{16}$.

3. a. Menentukan nilai k

$$\int_{-2}^{k} f(x)dx = 1$$

$$\int_{-2}^{k} \frac{1}{5}\, dx = 1$$

$$\left(\frac{1}{5}x\right)_{-2}^{k} = 1$$

$$\frac{1}{5}(k-(-2)) = 1$$

$$k + 2 = 5, \quad k = 3$$

Jadi nilai k = 3

b. P(0 ≤ x ≤ 2)

$$\int_{0}^{2} f(x)dx = \int_{0}^{2} \frac{1}{5} dx = \frac{1}{5}(x)_{0}^{2}$$

$$= \frac{1}{5}\,(2-0) = \frac{2}{5}$$

Jadi nilai P (0 ≤ x ≤ 2) = $\frac{2}{5}$.

4. a. Akan ditunjukkan bahwa luas daerah di bawah kurva y = f(x) = 1.

Luas daerah di bawah kurva y = f(x) pada interval 0 ≤ x ≤ 6 adalah:

$$\int_{0}^{6} f(x)dx = \int_{0}^{6} \frac{1}{6}\, dx = \frac{1}{6}\int_{0}^{6} dx = \frac{1}{6}\,(x)_{0}^{6}$$

$$= \frac{1}{6}\,(6-0) = \frac{6}{6} = 1$$

Diperoleh fungsi f(x) pada interval 0 ≤ x ≤ 6 selalu bernilai positif dan luas daerah di bawahnya sama dengan 1. Terbukti f(x) merupakan sebuah fungsi peluang.

b. P(0 ≤ x ≤ 1)

$$\int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} \frac{3}{16}\, x^2\, dx = \frac{3}{16}\int_{0}^{1} x^2 dx = \frac{3}{16}\ .\left(\frac{1}{3}x^3\right)_{0}^{1}$$

$$= \frac{1}{16}\,(1^3 - 0) = \frac{1}{16}.1 = \frac{1}{16}$$

Jadi nilai P (0 ≤ x ≤ 1) = $\frac{1}{16}$.

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggung jawab.

No.	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1.	Apakah Ananda telah mampu memahami konsep variabel acak kontinu?		
2.	Apakah Ananda telah mampu memahami konsep distribusi peluang variabel acak kontinu?		
3.	Apakah Ananda telah mampu menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan distribusi peluang variabel acak kontinu ?		
4.	Apakah Ananda telah mampu memahami konsep distribusi peluang kumulatif variabel acak kontinu?		
5.	Apakah Ananda telah mampu menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan distribusi peluang kumulatif variabel acak kontinu ?		

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
Distribusi Normal

A. Tujuan Pembelajaran

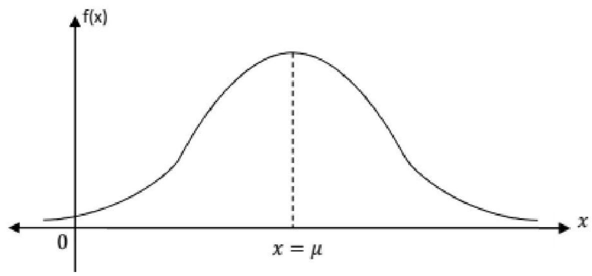
Pada pembelajaran kedua, Ananda akan dibimbing untuk dapat memahami dan menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan konsep Distribusi Normal. Semoga saja Ananda dapat membedakan antara modul sebelumnya yang membahas tentang distribusi binomial dengan distribusi normal. Dan apa saja kegunaan dari konsep atau materi keduanya.

B. Uraian Materi

Distribusi Normal

1. Grafik Distribusi Normal

Pada suatu data frekuensi tertinggi biasanya berada di sekitar nilai rata-rata data (Mean). Semakin jauh nilai data dari rata-rata (mean), frekuensinya akan semakin rendah. Misalkan rata-rata data μ sebaran data secara umum dapat digambarkan sebagai berikut:



Kurva di atas dikenal dengan nama kurva normal atau kurva lonceng karena bentuknya yang seperti lonceng. Persamaan dari kurva tersebut dinamakan fungsi distribusi normal atau distribusi Gauss. Fungsi distribusi normal dengan variabel acak X didefinisikan sebagai berikut:

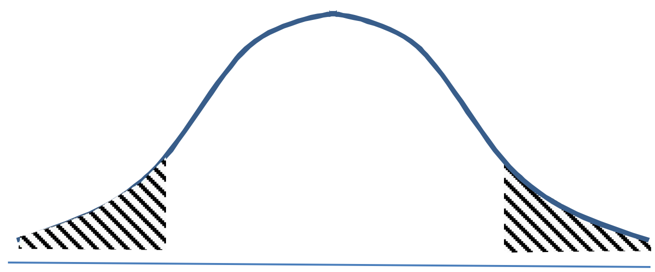
$$f(x) = P(X = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{ untuk } -\infty < x < \infty$$

Keterangan:
Variabel acak X berdistribusi normal dilambangkan $X \sim N(\mu, \sigma)$
μ = parameter untuk rata-rata
σ = parameter untuk simpangan baku
π = konstanta bernilai 3, 14
e = konstanta bernilai 2,72

Jika nilai $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$ diperoleh distribusi normal baku (standar) yaitu N(0,1). Rumus fungsi variabel acak Z yang berdistribusi normal baku adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}z^2} \quad \textbf{untuk} -\infty \le x \le \infty}$$

Grafik distribusi normal baku N(0,1) dapat digambarkan sebagai berikut:



2. Nilai Peluang Variabel Acak Berdistribusi Normal Baku N(0,1)

Luas daerah yang dibatasi kurva normal baku N(0,1) dan sumbu mendatar adalah 1. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\int_{-\infty}^{\infty} f(z)dz = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 1}$$

Grafik distribusi normal baku N(0,1) bersifat simetris terhadap garis Z = 0 maka luas daerah di kiri dan kanan garis Z adalah sama, yaitu:

$$\boldsymbol{\int_{-\infty}^{0} f(z)dz = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 0,5}$$

Menghitung luas daerah di bawah kurva normal tidaklah mudah karena harus melakukan pengintegralan terhadap fungsi eksponen. Misalnya integral berikut untuk menentukan luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval Z ≤ z seperti tampak pada gambar di bawah ini:

$$\boldsymbol{P(Z \le z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z)dz = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 1}$$

Perubahan bentuk dari normal umum menjadi normal baku dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Cari z_{hitung} dengan rumus:

   $$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$$

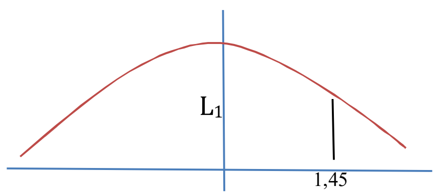
2. Gambarkan kurvanya.

3. Tuliskan nilai z_{hitung} pada sumbu x di kurva di atas dan tarik garis dari titik z_{hitung} ke atas sehinggga memotong garis kurva.
4. Luas yang terdapat dalam tabel merupakan luas daerah antara garis tegak ke titik 0 di tengah kurva.
5. Carilah tempat nilai z dalam tabel normal.
6. Luas kurva normal = 1, karena $\mu = 0$, maka luas dari 0 ujung ke kiri = 0,5. luas dari 0 ke titik kanan = 0,5.
7. Luas daerah kurva nomal dicari dengan menggunakan tabel kurva normal baku.

Untuk lebih jelasnya silahkan Ananda memperhatikan contoh berikut dengan teliti dan cermat.

Contoh 1

Daerah yang diarsir berikut dibatasi oleh kurva normal N(0,1) pada interval Z ≤ 1,45



a. Tuliskan bentuk integral yang menyatakan luas daerah L_1
b. Tentukan luas daerah L_1 dengan menggunakan tabel distribusi normal baku

Jawab:

Fungsi normal baku dalam variabel *x* adalah $\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ e^{-\frac{1}{2}z^2}}$

a. Daerah L_1 dibatasi oleh kurva normal baku pada interval Z ≤ 1,45 maka luasnya adalah

$$L = \int_{-\infty}^{1,45} f(z)dz = \int_{-\infty}^{1,45} \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz}$$

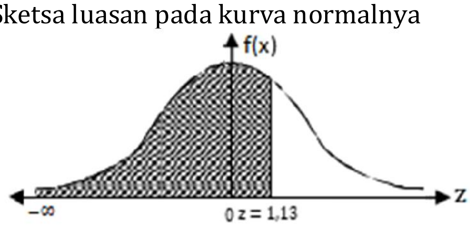
b. Cara menentukan luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval Z ≤ 1,45.
Perhatikan tabel distribusi normal baku di bawah ini. Batas kiri interval adalah Z = - ∞ dan batas kanannya adalah Z = 1,45 = 1,4 + 0,05 maka pilih bilangan 1,4 pada kolom paling kiri dan bilangan 0,05 pada baris paling atas. Pertemuan antara baris 1,4 dengan kolom 0,05 adalah luas daerah yang dimaksud. Perhatikan gambar berikut:

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	.09834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916

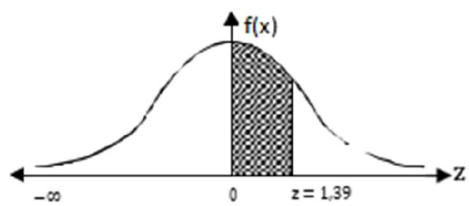
Dari tabel distribusi normal baku diperoleh luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval $Z \leq 1,45$ adalah 0,9265. Jadi luas daerah L_1 adalah 0,9265.

Contoh lain misal Misal akan dicari nilai $P(Z < 1,13)$ dan $P(0 < Z < 1,39)$. Untuk menyelesaikan ini, ditempuh cara:

1) Sketsa luasan pada kurva normalnya



Luas untuk z = 1, 13



Luas untuk 0 < z < 1, 39

2) Periksa tabel

Tabel 9. Peluang Normal Standar Distribusi Z, a = 0, 05

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5754
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7258	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7996	0,8023	0,8051	0,8079	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319

- Memeriksa P(Z < 1,13), fokus ke 1,13 = 1,1 + 0,03, periksa “1,1” pada kolom pertama, “z”, dan “0,03” pada baris teratas, dari “1,1” telusuri ke kanan, dari “0,03” telusuri ke bawah, persikuannya didapat 0,8708. Artinya dari interval $-\infty$ hingga 1,13 luas daerah di bawah kurvanya adalah 0,8708.
- Memeriksa P(Z < 1,39), dilakukan serupa dengan sebelumnya, dari “1,3” telusuri ke kanan, dari “0,09” telusuri ke bawah, persikuannya didapat 0,9177.

3) Analisis rasionalisasi perhitungan luas dari tabel untuk

$$P(Z < 1{,}13) = 0{,}8708 \text{ (sudah selesai)}$$
$$P(0 < Z < 1{,}39) = P(Z < 1{,}39) - P(Z < 0) = 0{,}9177 - 0{,}5 = 0{,}4177$$

Contoh 2

Dari 100 responden didapat harga rata-rata untuk anget motivasi kerja = 75 dengan simpangan baku = 4. Tentukan:

a. Berapa jumlah responden yang mendapat nilai 80 ke atas?
b. Berapa nilai responden yang dapat dikualifikasikan 10 % dari nilai tertinggi?

Jawab

a. $Z = \frac{(80-7\ 5)}{4}$= 1,25 dari tabel kurva normal didapat luas ke kanan = 10,56%.
Jadi jumlah responden = 10,56% x 100 = 11 orang.
b. Batas kualifikasi 10% tertinggi = 50% - 10% = 40% dari tabel diperoleh 1,28. karena SD tertinggi 4, maka untuk 1,28SD = 1,28 x 4 = 5,12.
Jadi skor tertinggi = 75 + 5,12 = 80,12.

C. Rangkuman

Berikut adalah ciri dari distribusi normal yang perlu Ananda ketahui:

- Mempunyai sebuah parameter μ dan σ yang lokasi serta bentuk distribusinya dapat ditentukan sendiri.
- Kurva juga memiliki suatu puncak tunggal.
- Rata-rata terletak di tengah distribusi dan distribusinya simetris di sekitar garis tegak lurus yang ditarik melalui rata-rata.
- Total luas daerah di bawah kurva normal adalah 1 (hal ini berlaku untuk seluruh distribusi probabilitas kontinu).
- Dapat memotong sumbu horizontal dan dapat memanjang kedua ekor kurva itu hingga tidak ada batasnya.
- Kurvanya berbentuk seperti lonceng atau genta.
- Standar deviasi σ (Simpangan baku) yang menjadi penentu lebarnya kurva. Akan semakin runcing bentuk kurvanya apabila makin kecil σ.

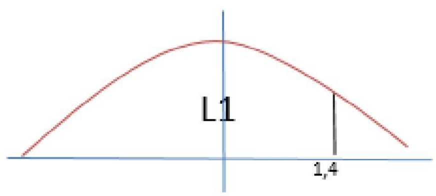
D. Latihan Soal

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan tepat dan tulis jawaban Ananda secara detil di buka latihan. Diskusikan dengan teman-teman dan guru matematika di kelas Ananda yaa... Semangattttt....

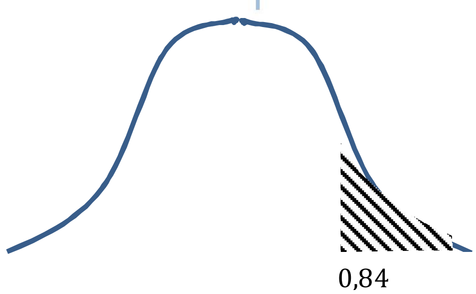
1) Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva normal berikut:
   a. Kurva normal N(0,1) pada interval $Z < -0{,}42$
   b. Kurva normal N(0,1) pada interval $0{,}16 < Z < 1{,}32$

2) Gunakan tabel distribusi normal baku untuk menentukan hasil pengintegralan berikut:
   a. $\int_0^{1,2} \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2\pi}}}\, \boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}z^2} \boldsymbol{dz}$
   b. $\int_{-3}^{1} \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2\pi}}}\, \boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}z^2} \boldsymbol{dz}$

3) Tentukan integral yang menyatakan luas daerah di bawah kurva normal baku berikut, kemudian tentukan luasnya (L_1) menggunakan tabel distribusi normal.
   a.



   b.



4) Diketahui variabel acak Z berdistribusi normal baku. Tentukan besar peluang berikut:
   a. P $(Z < 0{,}75)$
   b. $P(Z > -0{,}67)$
   c. P $(0 < Z < 1{,}86)$
   d. $P(0{,}45 < Z < 2{,}4)$

Pembahasan

1. Luas daerah yang dibatasi kurva normal berikut:
   a. Kurva normal N(0,1) pada interval Z < - 0,42
   Lihat gambar tabel z berikut

z	0	0,01	0,02	0,03
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967

   Memeriksa P(Z < 0,42), fokus ke 0,42 = 0,4 + 0,02, periksa "0,4" pada kolom pertama, "z", dan "0,02" pada baris teratas, dari "0,4" telusuri ke kanan, dari "0,02" telusuri ke bawah, persikuannya didapat 0,6628. Luas (Z < 0,42) = 0,6628.

   Luas (Z < -0,42) = 1 – Luas (Z < 0,42) = 1 – 0,6628 = **0,3372** (Skor: 12).

   b. Kurva normal N(0,1) pada interval 0,16 < Z < 1,32
   Lihat gambar tabel z berikut

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.0120	0.0160	0.0199	0.5239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6064	0.1064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177

   Memeriksa P(Z < 0,16), fokus ke 0,16 = 0,1 + 0,06, periksa "0,1" pada kolom pertama, "z", dan "0,06" pada baris teratas, dari "0,1" telusuri ke kanan, dari "0,06" telusuri ke bawah, persikuannya didapat 0,5636. Luas (Z < 0,16) = 0,5636.

Memeriksa P(Z < 1,32), fokus ke 1,32 = 1,3 + 0,02, periksa "1,3" pada kolom pertama, "z", dan "0,02" pada baris teratas, dari "1,3" telusuri ke kanan, dari "0,02" telusuri ke bawah, persikuannya didapat 0,9066. Luas (Z < 0,16) = 0,9066.

Luas (0,16 < Z < 1,32) = Luas (Z < 0,16) – Luas (Z < 0,16) = 0,9066 – 0,5636 = **0,3430**. (Skor: 13).

2. a. Berdasarkan tabel distribusi normal baku maka hasil pengintegralan $\int_0^{1,2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$ adalah dengan menentukan luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval 0 ≤ Z ≤ 1,2.
Perhatikan tabel distribusi normal baku di bawah ini. Batas kiri interval adalah Z = 0 dan batas kanannya adalah Z = 1,2 maka pilih bilangan 1,2. Perhatikan gambar berikut:

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.0120	0.0160	0.0199	0.5239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6064	0.1064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177

Dari tabel distribusi normal baku diperoleh luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval Z ≤ 1,2 adalah 0,8849.
Jadi luas daerah antara interval 0 ≤ Z ≤ 1,2 adalah:
Luas (Z ≤ 1,2) – Luas (Z ≤ 0) = 0,8849 – 0,5000 = 0,3849.

Jadi hasil pengintegralan $\int_0^{1,2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$ adalah **0,3849**. (Skor: 12)

b. Berdasarkan tabel distribusi normal baku maka hasil pengintegralan $\int_{-3}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$ adalah dengan menentukan luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval -3 ≤ Z ≤ 1.

Perhatikan tabel distribusi normal baku di bawah ini. Batas kiri interval adalah Z = -3 dan batas kanannya adalah Z = 1, maka pilih bilangan -3 dan 1. Perhatikan gambar berikut:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026

Dari tabel distribusi normal baku diperoleh luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval $Z \leq 1$ adalah 0,8413 dan $Z \leq -3$ adalah 0,0013.
Jadi luas daerah antara interval $-3 \leq Z \leq 1$ adalah:
Luas ($Z \leq 1$) – Luas ($Z \leq -3$) = 0,8413 – 0,0013 = **0,8400**.

Jadi hasil pengintegralan $\int_0^{1,2} \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2\pi}}}\, \boldsymbol{e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz}$ adalah 0,8400. (Skor: 13)

3. a. Daerah L_1 dibatasi oleh kurva normal baku pada interval $Z \leq 1,4$ maka luasnya adalah

$$L = \int_{-\infty}^{1,4} f(z)dz = \int_{-\infty}^{1,4} \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2\pi}}}\, \boldsymbol{e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz}$$

Cara menentukan luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval $Z \leq 1,4$. Perhatikan tabel distribusi normal baku di bawah ini. Batas kiri interval adalah $Z = \infty$ dan batas kanannya adalah $Z = 1,4$ maka pilih bilangan 1,4 pada kolom paling kiri. Perhatikan gambar berikut:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

Dari tabel distribusi normal baku diperoleh luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval $Z \leq 1{,}4$ adalah 0,9192. Jadi luas daerah L_1 adalah **0,9192.** (Skor: 12)

b. Daerah L_1 dibatasi oleh kurva normal baku pada interval $Z \geq 0{,}84$ maka luasnya adalah

$$L = \int_{0,84}^{\infty} f(z)dz = \int_{0,84}^{\infty} \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2\pi}}}\, \boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}z^2} \boldsymbol{dz}$$

Cara menentukan luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval $Z \geq 0{,}84$. Perhatikan tabel distribusi normal baku di bawah ini. Batas kiri interval adalah $Z = 0{,}84$ dan batas kanannya adalah $Z = \infty$ maka pilih bilangan 0,8 pada kolom paling kiri dan bilangan 0,04 pada baris paling atas. Pertemuan antara baris 0,8 dengan kolom 0,04 adalah luas daerah yang dimaksud. Perhatikan gambar berikut:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

Dari tabel distribusi normal baku diperoleh luas daerah $Z \leq 0{,}84$ adalah 0,7995. Luas daerah di bawah kurva normal baku pada interval $Z \geq 0{,}84$ adalah 1 – Luas ($Z \leq 0{,}84$) = 1 – 0, 7995 = 0,2005 .
Jadi luas daerah L_1 adalah **0,2005**. (Skor: 13)

4. Besar peluang berikut:
   a. P ($Z < 0{,}75$) = 0,7734 (Skor: 6)
   b. P($Z > -0{,}67$) = 1 – 0,2514 = 0,7486 (Skor: 6)
   c. P ($0 < Z < 1{,}86$) = 0,9686 – 0,5000 = 0,4686 (Skor: 6)
   d. P($0{,}45 < Z < 2{,}4$) = 0,9918 – 0,6736 = 0,3182 (Skor: 7).

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggung jawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
		Ya	Tidak
1.	Apakah Ananda telah mampu memahami definisi konsep distrbusi normal?		
2.	Apakah Ananda telah mampu menentukan luas daerah dari kurva normal?		
3.	Apakah Ananda telah mampu menjelaskan sifat-sifat dari distribusi normal?		
4.	Apakah Ananda telah mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi normal?		

EVALUASI

Kerjakan soal di bawah ini dengan tepat dan benar

1. Diketahui variabel acak Z berdistribusi normal baku. Tentukan besar peluang berikut:
   a. $P(Z < 0{,}7)$
   b. $P(Z > -1{,}67)$
   c. $P(0 < Z < 1{,}67)$

2. Berdasarkan data kependudukan, usia harapan hidup penduduk di suatu wilayah berdistribusi normal dengan rata-rata 44,8 tahun dan simpangan baku 11,3 tahun. Jika jumlah penduduk mencapai 110 orang, tentukan jumlah penduduk yang mempunyai harapan hidup.
   a. Usia di atas 60 tahun
   b. Antara 45 dan 65 tahun

3. Sebuah pangkalan minyak tanah yang menguasai daerah 3T dari bulan Desember sampai dengan Februari dapat memasarkan minyak rata-rata 8.000 liter per hari dengan simpangan baku 1.000 liter per hari. Jika dalam satu hari pangkalan dapat menawarkan 9.250 liter, berapa probabilitas bahwa permintaan dalam satu hari dapat melampaui jumlah yang dapat ditawarkan?

4. Upah bulanan karyawan perusahaan asing mengikuti distribusi normal dengan rata-rata M = Rp. 15.000.000,00 dan simpangan baku adalah Rp 3.500.000,00. Jika peristiwa ini dianggap sebagai peristiwa acak, berapa peluang bahwa upahnya lebih besar dari Rp 16.260.000,00?

KUNCI JAWABAN EVALUASI

1. a. P $(Z < 0,7) = 0,7580$.
   b. $P(Z > -1,67) = 0,9525$.
   c. P $(0 < Z < 1,67) = 0,3413$.

2. a. 10 orang.
   b. 50 orang.

3. Probabilitasnya adalah 0,1056.

4. Peluangnya adalah 0,3594.

DAFTAR PUSTAKA

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (2014). *Matematika*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Siswanto. (2005). *Matematika Inovatif: Konsep dan Aplikasinya*. Solo: Tiga Serangkai Pustaka Mandiri.

Tim. (2019). *Belajar Praktis Matematika*. Klaten : Viva Pakarindo

Willa Adrian. (2008). *1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan Matematika Dasar*. Bandung: Yrama Widya.

https://anitaharum.wordpress.com/2013/11/12/distribusi-normal-kurva-normal/ 2013. Diakses 3 Oktober 2020.

https://quipper.co.id/distribusi-normal/2020. Diakses 3 Oktober 2020.

http://staffnew.uny.ac.id/upload/198401312014042002/pendidikan/DISTRIBUSI%20NORMAL.pdf . 2020. Diakses 26 Oktober 2020.